# V. ALCANCE FILOSÓFICO DE LA AXIOMÁTICA

§ 27. *Filosofía de las matemáticas.* La constitución y el desenvolvimiento del método axiomático no interesan solamente al trabajo científico, se proyectan también sobre problemas filosóficos cuyo alcance se va ensanchando: filosofía de las matemáticas, filosofía de la ciencia, filosofía del conocimiento.

En primer lugar, la axiomática abre una de las vías posibles para resolver el problema que ha dominado, desde principios de nuestro siglo, a toda la filosofía matemática, el del fundamento mismo de esta ciencia. Este problema, que casi no había preocupado, hasta ahí, a los matemáticos, se impuso bruscamente a ellos por la crisis de la teoría de los conjuntos. Elaborada por G. Cantor durante el último cuarto del siglo XIX, la teoría de los conjuntos, después de muchas resistencias, había terminado por aparecer, alrededor de 1900, como la base de todo el edificio matemático: la aritmética de los números finitos, con la cual se acababa de reconstruir las otras partes de las matemáticas, se podía en efecto construir a su vez como un caso especial, particularmente simple e intuitivo, de la teoría de los conjuntos, el de los conjuntos enumerables. Ahora bien, justo en este momento es cuando surgen, en el interior de la teoría, "antinomias" o "paradojas", es decir, pares de teoremas contradictorios. El conjunto de todos los conjuntos-que-no-se-contienen-ellos-mismos-como-elementos, ¿se contiene él mismo como elemento? Uno se convencerá fácilmente de que una respuesta afirmativa y una respuesta negativa a esta misma cuestión son igualmente justificables. Semejantes embrollos presentan aquí una gravedad excepcional: para una teoría que ha dejado de apoyarse sobre nociones y verdades intuitivas y que ya no tienen, pues, otra garantía de su validez que la coherencia formal, la menor fisura basta para comprometerlo todo; su lógica tiene la obligación absoluta de ser infalible.

Desde el principio, las investigaciones para una solución se han empeñado en tres direcciones. El "empirismo" de Borel y Lebesgue, luego prolongado y reforzado por el intuicionismo" de Brouwer, imputa las dificultades al manejo ciego del instrumento lógico; éste no nos ofrece ya garantía desde que salimos de los dominios en donde lo hemos probado largamente, y por eso su extensión al dominio de lo transfinito es engañosa. La intuición es la que juzga, en última instancia, de la validez misma de las reglas lógicas; de suerte que si se le da siempre prioridad sobre el discurso, ya no se expondrá uno a antinomias. Se les evita en efecto, pero, ¿a qué precio? Siguiendo estos principios, se encuentra uno progresivamente llevado a condenar partes considerables, no solamente de la teoría de los conjuntos, sino de más de una teoría matemática antigua y consagrada. Muchos juzgan tales sacrificios excesivos, y el remedio demasiado enérgico. Si se quiere conservar la totalidad de las matemáticas clásicas con lo esencial, además de la teoría cantoriana, y permanecer al mismo tiempo fiel a la inspiración de esta última, se ensayará entonces, como lo hizo Russell, la vía del "logicismo". Por una parte, se mantendrá el propósito de construir las matemáticas a partir de las solas nociones y leyes de la lógica. Pero, ya que estas han conducido a antinomias que se trata de prohibir, se reforzará por otra parte las reglas de la lógica de manera tal que ya no permitan terminar ahí. Desgraciadamente, es difícil conciliar las dos cosas, porque, para dar a las reglas de lógica el grado exacto de severidad que conviene para excluir las antinomias y sólo a ellas, se ve uno constreñido a establecer ciertos axiomas cuyo carácter extralógico apenas es discutible.

Resta un tercer camino, por el cual Zermelo [35] ensayará salir del embrollo: la reconstrucción axiomática. Esta solución difiere de la precedente en que, si bien exige siempre axiomas

[35] La axiomatización de los conjuntos será ulteriormente retomada y desarrollada por diversos autores, especialmente por Fraenkel, Von Neumann, Bernays.

que no toleren la producción de antinomias, ya no les impone que sean tomadas del solo material lógico. Sin embargo, las condiciones para el establecimiento de una axiomática semejante son muy diversas de las condiciones para las axiomáticas de Peano y de Hilbert. En éstas, se iba solamente de las consecuencias a los principios: se partía de teorías bien probadas como la aritmética y la geometría clásicas, cuya consistencia nadie pondría seriamente en duda, y desde el momento en que los principios que se les asignaba les estaban exactamente adaptados, no había nada más que pedirles; no era indispensable que fuesen evidentes y ciertos por ellos mismos, se estaba seguro de antemano que no empeñaban en contradicciones. Aquí al contrario, la existencia de antinomias muestra que se trabaja en una zona de inseguridad. Aun cuando los axiomas sean escogidos a manera de evitar las antinomias conocidas, ¿qué es lo que garantiza que no harán surgir en otra parte otras análogas? Ya no basta, pues, producir un sistema de axiomas tal que permita demostrar exactamente la parte aceptable de la teoría de los conjuntos, es necesario que los axiomas inspiren ellos mismos una confianza absoluta: a la prioridad lógica deben unir la evidencia psicológica, ser fundamentos tanto como principios. Ahora bien, uno de los axiomas de Zermelo estaba lejos de satisfacer esta condición; o, más exactamente, la cuestión de saber si la satisfacía dividía a los matemáticos en dos campos. Evidente para los unos, el axioma llamado "de la selección" no era para otros sino una fórmula hueca, un ensamblaje de palabras gramaticalmente correcto, pero vacío de sentido. Y las proposiciones equivalentes que se hubiera podido pensar para substituirlo, como la relativa a la posibilidad del "buen orden", padecían del mismo defecto. La axiomática ingenua, confiada en el sentimiento de evidencia intelectual para justificar la selección de los axiomas, se encontraba bloqueada en un callejón sin salida.

Uno de los principales objetivos de la metamatemática de Hilbert es el de hacer salir de ahí, supliendo por el razonamiento la intuición desfalleciente. La formalización de la axiomática debe, en efecto, permitir establecer por vía demostrativa, sin tener necesidad de apelar al sentimiento subjetivo de la evidencia, si un sistema de axiomas es o no consistente.

Si tal demostración puede ser dada favorablemente por una axiomática de la teoría de los conjuntos, el problema del fundamento está resuelto. Debería estarlo, incluso a los ojos de un intuicionista —para quien la no-contradicción es condición necesaria pero no suficiente de la existencia matemática— con tal que la demostración satisfaga la exigencia de construcción en un número finito de etapas, lo que es, según él, el verdadero criterio. Por eso Hilbert, preocupado por no renovar controversias estériles, había impuesto a los procedimientos de demostración condiciones muy severas. Las esperanzas que los "formalistas" habían puesto en este método han sido, se recuerda, parcialmente frustradas. Los teoremas de Gödel, particularmente, mostraron que la no-contradicción de los sistemas en cuestión no podía ser probada por una formalización que permaneciera dentro de estos sistemas. La paradoja de Skolem, por su lado, opone a la axiomatización de la teoría de los conjuntos una dificultad esencial, ya que resulta de ella que el tratamiento axiomático hace desvanecer ahí la distinción de las diversas potencias. Esta última restricción, a pesar de ello, no concierne directamente sino a la teoría de los conjuntos. Por otra parte, el cuadro dentro del cual Hilbert se había encerrado voluntariamente, permitía ser un poco ensanchado, sin traspasar por ello los límites que se asigna al intuicionismo, de suerte que las prohibiciones de Gödel se encuentran atenuadas. En estas condiciones Gentzen, en 1937, llegó a demostrar la no-contradicción de la teoría de los números, no apelando sino a un solo principio exterior a la teoría y mostrando que este principio no excedía los medios que se conceden al intuicionismo. Resultado importante, ya que la no-contradicción de muchas teorías se apoyaba sobre la de la aritmética, hasta ahí simplemente postulada.

Aunque el formalismo axiomático no ha resuelto definitivamente el problema del fundamento de las matemáticas, resulta que, tanto para él mismo como para las reacciones que suscitó, lo ha hecho avanzar considerablemente. Por otra parte, ha hecho disminuir grandemente la presión sobre las doctrinas que le eran inicialmente opuestas. Las diferencias entre logicismo y axiomatismo casi se han desvanecido hoy, al punto de que las dos tendencias se integran en algunos autores como

Quine. La multiplicidad de las lógicas, tratadas en adelante según los métodos de la axiomática formalizada, no permite ya casi dar a sus nociones de base un sentido absoluto; y la cuestión de saber dónde termina la lógica y dónde comienzan las matemáticas perdió una buena parte de su sentido. Las diversidades de principio de siglo se resumen hoy en una gran alternativa, según que se conceda la prioridad a la lógica o a la intuición. Aun los dos partidos se han aproximado suficientemente para poder ahora comprenderse y trabajar en común. Al transportar los problemas al plano de las construcciones simbólicas, el formalismo hilbertiano habla un lenguaje accesible al intuicionista, mientras que este último entró decididamente, en seguimiento de Heyting (1930), en la vía de la axiomática formal. Se puede rechazar el formalismo axiomático, pero la axiomatización y la formalización han llegado a ser hoy, como decía ya Cavaillès, uniformes obligatorios. [36]

§ 28. *Filosofía de la ciencia.* Aún antes de que el problema del fundamento se impusiera a la atención de los matemáticos, la axiomática, nacida de una reflexión sobre el método de los geómetras, había inmediatamente arrojado una viva luz sobre la paradoja de esta ciencia, que su situación pone en el gozne de lo inteligible y lo sensible. Aunque los teoremas de la aritmética y de la lógica se aplican a lo real, no parecía imposible mirar estas ciencias como puramente racionales, por más débil que sea el llamado que hacen a la intuición sensible. Aunque las leyes de la física se expresan en lenguaje matemático, sigue siendo aparentemente plausible hacer derivar de la experiencia toda su substancia, no considerándose el simbolismo matemático sino como un vestido cómodo. De ahí la distinción clásica entre dos grupos de ciencias, racionales y experimentales: las unas, que, según la expresión de Goblot, no tienen necesidad para ser verdaderas, de que sus objetos sean reales, y las otras, se podría decir, cuyos objetos no tienen necesidad para existir, de ser inteligibles. Pero ¿de qué lado situar, enton-

[36] *Op. cit.*, p. 182. Mencionemos que el formalismo es rechazado igualmente por los partidarios del materialismo dialéctico, que ven en él una manifestación del "idealismo burgués". Hasta el presente, sin embargo, no parece que esta oposición de orden filosófico haya determinado una orientación original del trabajo matemático, como es el caso respecto del intuicionismo.

ces, la geometría? La intervención manifiesta de la intuición espacial prohibía reducir su contenido a un sistema de proposiciones analíticas; sus verdades, por otra parte, se imponían tan bien al espíritu que no se podía apenas referirlas a las simples contingencias de la experiencia. La idea kantiana de la "síntesis *a priori*", núcleo de toda la filosofía crítica, fue, se sabe, directamente inspirada por esta dificultad. Ahora bien, la axiomática invita a resolverla de muy distinto modo. Si la geometría clásica parecía a la vez pura e intuitiva, es que formaba un mixto, reuniendo en una ciencia aparentemente única dos disciplinas distintas, que están ahora claramente disociadas: una geometría pura, representada por la teoría axiomática, en donde el sentido intuitivo de los términos y de las proposiciones está deliberadamente descartado, y cuya verdad se mide según la sola coherencia lógica, sin apelación a la experiencia; y una geometría aplicada, intuitiva, en donde la forma demostrativa no es sino un accesorio y cuyos teoremas son, en realidad, leyes físicas. La segunda sirvió para constituir la primera, pero ésta ha llegado a ser ahora independiente, se mantiene en pie por sus solas fuerzas y, si se refiere eventualmente a la otra, lo hace solamente como a uno de sus "modelos" posibles. Ambas pueden, es verdad, ser expuestas simultáneamente en un mismo discurso, de ahí la confusión; pero este único lenguaje se presta a dos lecturas diferentes. A la cuestión: ¿cómo puede la razón, sin el auxilio de la experiencia, hacernos conocer las propiedades de lo real?, se responderá en adelante como lo hace Einstein en el comienzo de su opúsculo sobre *La geometría y la experiencia*: "La perfecta claridad sobre este punto me parece haber sido puesta al alcance de cada uno, gracias a la corriente que los matemáticos nombran la *axiomática*. El progreso realizado por la axiomática consiste en una clara y neta separación de lo intuitivo y de lo lógico: según la axiomática, sólo los hechos lógicos y formales constituyen el objeto de la ciencia matemática, mas no el elemento intuitivo que puede referirse a ellos."

Sólo que es necesario cuidarse de interpretar correctamente este desdoblamiento de la geometría cuando, en lugar de considerarla sola, se la repone en el sistema de las ciencias. ¿Se debe entender que el carácter ambiguo de la geometría clásica resultaba de su situación intermedia, y que los dos trozos en los cuales el método axiomático acaba de escindirla deben reunirse simplemente, uno al grupo de las ciencias racionales o deductivas, otro al de las ciencias experimentales o inductivas, y que así se encuentra reforzada la vieja dicotomía que colocaba por un lado las ciencias lógico-matemáticas, por el otro las ciencias físicas, naturales y morales, estando precisado ahora el lugar exacto en donde debe hacerse el corte? Semejante interpretación concuerda con la concepción dualista de la ciencia que profesa hoy el empirismo lógico. Éste establece entre dos especies de ciencias una separación más radical aún, que no se había hecho hasta aquí. Coloca por un lado las ciencias formales —lógica y matemática— que considera bajo la forma depurada que les da la presentación axiomática: enteramente vacías de toda significación exterior, no nos enseñan estrictamente nada sobre lo real: sus enunciados, puramente analíticos, conciernen solamente a las transformaciones del discurso. Y por otra parte, todas las ciencias de lo real, para la expresión de las cuales utilizamos, es verdad, el lenguaje lógico-matemático, pero que podrían, en principio, privarse de él sin perder nada de su contenido, siendo proporcionado éste enteramente por la experiencia.

Si se invocan, sin embargo, las enseñanzas de la axiomática para apoyo de esta tesis, se olvidaría un hecho esencial. Lejos de encerrarse en el dominio geométrico inicial, la axiomática se ha extendido, en efecto, rápidamente por los dos lados: hacia la aritmética y la lógica, hacia la mecánica y la física. Hoy interesa ella al conjunto de las ciencias. Por consiguiente, no es en el interior de la sola geometría en donde pasa el corte entre lo racional y lo experimental, lo lógico y lo intuitivo: el desdoblamiento axiomático funciona en todas las ciencias o, en todo caso, en todas las que están suficientemente avanzadas para prestarse a la organización deductiva. Póngase la mecánica o la óptica bajo la forma de una axiomática simbolizada: el lector ha dejado de estar en presencia de una ciencia de lo real, se encuentra delante de un sistema formal, vacío de todo contenido empírico, en donde "no se sabe ya de qué se habla, ni si lo que se dice es verdadero". De modo inverso, si frente a una axiomática abstracta sabe asignar a los axiomas una interpretación válida en un cierto dominio de lo real, de pronto todo se ilumina: los símbolos toman un sentido concreto, las fórmulas una verdad empírica. Ni siquiera es necesario para eso que la aplicación caiga en lo que se nombra habitualmente el mundo físico: también una traducción aritmética o lógica ejecuta perfectamente la tarea. Pues la noción usual del número, por ejemplo, abstracta cuando se la compara al montón de bolas de billar, viene a ser una interpretación concreta en relación con la *x* que figura en los axiomas, e igualmente respecto de las nociones lógicas de negación, implicación, pertenencia a una clase, etcétera.

En estas condiciones, el desdoblamiento axiomático no funciona transversalmente al nivel de la geometría. Divide longitudinalmente toda la escala de las ciencias, desde la lógica hasta las ciencias morales. La sola diferencia, y no es sino de grado, es que las primeras toman más fácilmente la forma axiomática, de suerte que se reconoce en ello mejor la posibilidad de una lectura abstracta. Pero, que ellas mismas se presten, como lo ha revelado la axiomática, a una doble lectura, eso muestra bien que no se distinguen esencialmente de las ciencias empíricas, y que son ya, a su manera, ciencias de lo real. No hay ciencias abstractas y ciencias concretas, ciencias racionales y ciencias empíricas. Hay, primeramente, entre las ciencias, grados diversos de abstracción y racionalidad, que permiten ordenarlas en serie. Hay, enseguida, para cada una de ellas, posibilidad de una doble lectura: abstracta, racional y formal, o concreta, empírica y material. Se puede, por convención de lenguaje, emplear la palabra *lógica* o la palabra *matemática* para designar la lectura abstracta de una teoría axiomatizada cualquiera. Pero entonces, el sentido de estas palabras sufre él también el desdoblamiento axiomático y será necesario guardarse del equívoco que amenaza. Cualquiera que sea el dominio —aritmética, óptica, etcétera— sobre el cual se haya edificado una axiomática, ésta será una pura construcción *lógica*, en el sentido de que resultará vacía y puramente formal; pero puede también, en otro sentido, representar una teoría *lógica*, tanto como una teoría aritmética u óptica, según la interpretación que se dé de sus símbolos, y si el conjunto de sus axiomas se puede traducir en proposiciones de lógica. Igualmente, la palabra *matemática* toma, en adelante, un sentido ambigüo, como se puede ver en el texto de Einstein citado más arriba. Puede, porque la matemática es la que dio el ejemplo, designar una teoría reducida a su forma abstracta: se convierte entonces en sinónimo de *lógica* entendida en su primera acepción. Así es necesario entenderlo, por ejemplo, en las ocurrencias de Russell y Poincaré (§ 10). Pero este sentido relativamente nuevo se añade, sin borrarlo, al sentido más tradicional, según el cual se llama con este nombre a un grupo particular de ciencias, las que tratan de los números, de las figuras, etcétera. Lejos de oponerse, mediante caracteres antitéticos, a todas las demás ciencias tomadas en bloque, las matemáticas así entendidas son vecinas de la lógica por un lado, y de las ciencias físicas por otro, permaneciendo las fronteras un poco indecisas: pues los conjuntos del matemático se parecen mucho a las clases del lógico, la cinemática hace la unión entre geometría y dinámica, y se titubea sobre si la probabilidad debe atribuirse al matemático, al lógico o al físico. A pesar de la ambigüedad que subsiste en el lenguaje, la disociación se hace así, en el pensamiento, entre los dos elementos que permanecían embrollados en la noción clásica de la matemática, caracterizada a la vez por su objeto y por su método, ciencia de la cantidad y ciencia demostrativa.

La vieja distinción entre ciencia racional y ciencia empírica, lugar común de la epistemología desde la época de Bacon, merece sin duda ser conservada, pero a condición de que se deje de confundir en ella dos acepciones que no coinciden sino parcialmente y que la axiomática permite desprender claramente una de otra. O bien se la entiende como una clara dicotomía, y entonces no divide las ciencias en dos clases, más bien marca una dualidad interior a cada ciencia. O bien se quiere así distribuir las diversas ciencias, pero en este caso la separación es indecisa y relativa, como la de una asamblea de hombres que se repartiera en grandes y pequeños. La oposición entre ciencias formales y ciencias de lo real no es justificable sino en la medida en que, superponiendo estas dos distinciones, uno llama formales las que, habiendo alcanzado las primeras un alto grado de abstracción, se prestan por excelencia a un tratamiento axiomático, y ciencias de lo real las que, menos avanzadas, pueden difícilmente desligarse de las interpretaciones concretas. Al hacer esto, uno caracteriza menos dos *especies* de ciencias que dos *tipos* ideales que se realizan desigualmente en las diversas ciencias o, mejor aún, dos *polos* del pensamiento científico.

§ 29. *Filosofía del conocimiento.* La oposición entre la razón y la experiencia no es sino una de las múltiples fórmulas que, sin concordar en todos los puntos, expresan de modo diverso pero con un parentesco evidente lo que Whewell llamaba "la antítesis fundamental de la filosofía"; las ideas y los hechos, el pensamiento y las cosas, el conocimiento y el ser, lo inteligible y lo sensible, lo abstracto y lo concreto, lo construido y lo dado, lo concebido y lo percibido, lo *a priori* y lo *a posteriori*, etcétera. Al invitar a interrogarse sobre las relaciones de lo lógico y lo intuitivo, las investigaciones axiomáticas aportan así su contribución a un problema que, a través de la geometría y del sistema entero de las ciencias, reúne un tema mayor de la reflexión filosófica. El método axiomático no es sólo un procedimiento técnico de los matemáticos; se puede encontrar en él una ilustración, particularmente sugestiva, de la manera como procede el pensar en el conocimiento. Aplicándole las nociones de las que él mismo hace uso, se diría que nos aporta, de las operaciones cognoscitivas, un modelo concreto, sobre el cual se puede ensayar una lectura abstracta. [37]

Se ve ahí, en primer lugar, que no debe darse ningún sentido absoluto a los dos términos de la antítesis, cuyo límite se desplaza sin cesar. La cosa, ciertamente, no es nueva, y en todo el frente de las ciencias no se ha dejado de advertir este movimiento del espíritu que lo hace tratar en seguida sus propias creaciones como un dato, que debe superarse en una abstracción superior. Lo concreto, decía Langevin, es lo abstracto hecho familiar por el uso; y hoy los jóvenes matemáticos objetan al "empirismo" de un Borel que lo transfinito, ahora

[37] *Cf.* F. GONSETH, *Les mathématiques et la réalité, essai sur la méthode axiomatique*. En lo que sigue, nos inspiramos libre, pero muy ampliamente, en esta excelente obra.

que están habituados a manejarlo, ha llegado a ser para ellos una noción intuitiva, tan natural que llegan hasta llamarla "innata". [38] Pero la axiomática pone la idea en una luz directa. Con ella, el caso de la geometría clásica resulta particularmente instructivo. Para un axiomático, resbala hacia el lado de lo intuitivo, mientras que, por relación a los conocimientos empíricos que la preparaban, aparecía seguramente a los griegos, como aparece aún hoy a los niños a quienes se enseña, como una difícil creación de la razón. Acerca de ella, la historia nos hace conocer dos *mutaciones*, cuya analogía fue bien subrayada por F. Gonseth. Dos veces el espíritu ha franqueado un "umbral de abstracción", superando el dato mediante un acto irreemplazable de iniciativa intelectual: es necesario aprender a leer la recta geométrica en el hilo tendido, como más tarde, a leer la recta axiomática en la recta geométrica. Por eso no es de ningún modo paradójico ver en Euclides, como se hace algunas veces, a un verdadero axiomático. Igualmente, todas las nociones de la física clásica, tales como la masa, el potencial, la entropia, se apoyan sobre un dato sensible que esquematizan pero sirven a su vez de sostén intuitivo para una axiomática abstracta.

Los dos términos de la antítesis no se pueden, pues, pensar sino en su relación. El par tiene un sentido sólo con su tensión característica entre dos polos opuestos. Lo concreto no se define sino como una vección. De la geometría de Hilbert se puede remontar a la de Euclides, de ésta a la geometría de los orientales, de esta última a otras formas más primitivas. Se va así en dirección de lo concreto, no alcanzándose jamás un concreto puro, privado de toda conceptualización, como el que el empirismo finge desplegar delante del espíritu. No hay más fenómeno primero que el de la sensación pasiva: las enseñanzas de la crítica de las ciencias concuerdan aquí con las de la psicología. Abierto así por lo bajo, el conocimiento está abierto igualmente por lo alto. Algo abstracto no es último sino provisionalmente. Y jamás es pensado solo, jamás presentado al espíritu como en un cuadro.

38 P. Langevin, *Les notions de corpuscule et d'atome*, p. 45; J. Dieudonné, *L'axiomatique . . .*, art. cit., p. 50; A. Denjoy, *L'innéité du transfini*, en Le Lionnais, *Op. cit.*, p. 188.

No aparece sino realizado en un modelo, así fuese solamente el modelo simbólico. Nosotros no conocemos forma pura como tampoco contenido informe. Puede haber ahí un vacío de pensamiento, no podría haber pensamiento vacío. Para pensar efectivamente la *nada*, es necesario representarla mediante *algo*: una cruz, la cifra cero, la mención "nada". Para pensar una estructura abstracta, es necesario darle, sobre el papel, una forma concreta. El pensamiento trasciende al sistema de signos, debe volar sobre él para captarlo como tal, pero sin él, a falta de un contacto directo con las cosas, se pierde en lo indeterminado.

Esta tensión bipolar, que es condición de todo conocimiento, aparece con una nitidez particular en el pensamiento axiomático. Las nociones un tanto vagas de la teoría del conocimiento —concepto e intuición, forma y contenido— se precisan ahí en la correlación que establece entre la estructura abstracta y la realización concreta, entre el esquema y el modelo. Se capta ahí al vivo el movimiento de lanzadera que lleva al espíritu del uno al otro, iluminándolos mutuamente al ponerlos en correspondencia. Los físicos, lo recordábamos más arriba, están frecuentemente divididos sobre el valor respectivo de las teorías abstractas y de las teorías con imágenes. Es verdad que los genios son diversos, que tal sobresale en leer en lo concreto lo abstracto, tal otro en interpretar lo abstracto por lo concreto. Pero, así como una diferencia de temperatura es necesaria para que funcione una máquina térmica, así conviene que el espíritu, para comprender, disponga de una desnivelación que le permita circular entre dos planos, elevarse del hecho a la idea y volver a descender de la idea al hecho. Extraer la regla, ilustrarla con un ejemplo: con este doble movimiento, en que se resume todo conocimiento, la axiomática nos aporta precisamente uno de los ejemplos sobre los cuales se puede percibir mejor la regla.

Se ve a cuáles actitudes filosóficas se opone la axiomática, a cuáles favorece. Repugna a un dogmatismo de la síntesis, al sueño de un punto de partida absoluto que aseguraría a la deducción una seguridad definitiva. A la totalidad de la ciencia es a la que ella extiende ahora la forma hipotético-deductiva. Como el método experimental había desacreditado la esperanza cartesiana de una física demostrativa, hoy el logicismo, la idea de una ciencia racional que no presupusiera ya nada, se ve desmentida por la regresión axiomática que, por lejos que lleve, encuentra siempre delante de sí algo "anterior" no asimilado. Pero así como los axiomas no se imponen por una evidencia intrínseca, así tampoco resultan ya de decretos arbitrarios. El convencionalismo no parece defendible sino para quien desprende artificialmente la axiomática de sus bases y sus prolongaciones intuitivas, sin las cuales, empero, viene a ser un juego fútil, sin relaciones con la ciencia. La filosofía del conocimiento que sugiere la axiomática, es un racionalismo que no osa uno llamar empírico, pues de tal modo están las dos palabras habitualmente opuestas, que al menos se lo puede calificar de inductivo o experimental. El rechazo de todo *a priori*, apodíctico o decisorio se duplica con una igual repulsa de las dos ramas de la alternativa entre las cuales el empirismo, en su versión contemporánea, pretende encerrar al conocimiento: fenomenismo y nominalismo. Ni el espíritu contempla un dato en cuya elaboración no hubiera tomado parte alguna, ni se agota en el plano de los signos y del cálculo formal. Y nada manifiesta mejor su actividad que el establecimiento o la apercepción de una correspondencia analógica entre el esquema simbólico y el modelo concreto.