IV. EL MÉTODO AXIOMÁTICO EN LA CIENCIA

§ 23. *Ventajas del método axiomático.* En sus comienzos, la formulación axiomática de una teoría deductiva podía parecer de interés limitado. Entre los matemáticos mismos, muchos no veían en ella, casi, más que un procedimiento elegante de exposición, de un refinamiento bastante superfluo, una suerte de juego intelectual apto para satisfacer a espíritus excesivamente escrupulosos en cuanto al rigor lógico, pero al margen del trabajo científico verdaderamente productivo. Por su carácter deliberadamente formal, ¿no se prohibía la axiomática, en efecto, enriquecer con ninguna substancia nueva el contenido de nuestro conocimiento? Y su utilidad como método permanecía dudosa, no solamente para las aplicaciones prácticas, sino aun en el interior de la ciencia pura. La historia de la ciencia, sin embargo, muestra de manera superabundante que a menudo las investigaciones inicialmente más desinteresadas son las que se revelan finalmente, como las más fecundas. Después de todo, un espíritu escéptico ¿no habría producido, con tanta apariencia objeciones muy semejantes cuando los griegos, poniendo en forma deductiva un cuerpo de verdades empíricas, constituyeron la matemática como ciencia racional, iniciando así a la humanidad en la era científica?

Para la reflexión, las ventajas del método axiomático son manifiestas. Es, en primer lugar, un precioso instrumento de abstracción y análisis. El paso de una teoría concreta a la misma teoría axiomatizada, después formalizada, renueva, prolongándolo, el trabajo de abstracción que conduce, por ejemplo, del número concreto, montón de manzanas o de guijarros, al número aritmético, después de la aritmética al álgebra, con el reemplazo de términos individuales por variables de las que sólo las relaciones están determinadas, en fin, del álgebra clásica al álgebra moderna, en donde no solamente los objetos, sino aun las operaciones efectuadas sobre estos objetos llegan a ser a su vez concretamente indeterminados, no estando fijados sino por algunas propiedades fundamentales muy abstractas. Por otra parte, ante el tratamiento axiomático, las nociones fundamentales de una teoría quedan a menudo aún confusas, tienen comprehensiones a la vez demasiado ricas e insuficientemente explicitadas: nada nos garantiza entonces que estos diversos elementos seguirán siendo siempre compatibles, nada nos precave contra el peligro de resbalar inconscientemente, en nuestros razonamientos, del uno al otro. Obligando a aislar ciertas propiedades expresamente enunciadas en los axiomas, y a no utilizar sino a ellas o las que se haya deducido de ellas, el método axiomático prosigue el análisis de las nociones primeras.

Un progreso en la abstracción va siempre a la par con un progreso en la generalidad: dejando caer algunas de las determinaciones disociadas por el análisis, la reducción de la comprehensión levanta las restricciones y asegura un ensanchamiento de la extensión. Generalizar, dice Russell, es transformar una constante en una variable: tal es precisamente el trabajo del axiomático cuando sustituye la recta, la congruencia . . ., por *x*, *y* . . ., que satisfacen a las relaciones que enuncian los postulados. Así, cuando descartamos las significaciones intuitivas, siempre especiales, no solamente nos volvemos capaces de pensar de una manera más desembarazada la teoría inicial, se forja de un golpe un instrumento intelectual plurivalente, utilizable para todas las teorías isomorfas a la primera. Así como una función proposicional es, como se ha dicho, un molde de proposiciones, así una teoría axiomatizada llega a ser una suerte de "función teórica", un molde de teorías concretas. El defecto de univocidad, lejos de perjudicar a las definiciones por postulados, constituye al contrario su interés. La indeterminación de una estructura formal no es indigencia, desde el momento en que no es una cualquiera, sino regulada por condiciones muy precisas. La pluralidad de los posibles, en los límites exactamente trazados, representa al contrario una riqueza virtual. Así se obtiene, con la axiomática, una importante economía de pensamiento: se reúnen varias teorías en una sola, se piensa lo múltiple en lo uno.

Pero se gana mucho también para el saber mismo. Primeramente en su organización de conjunto. Como la anatomía comparada, guiada por el principio de la identidad de plan, discierne bajo su pintoresca variedad los órganos homólogos, así también la axiomática, descubriendo las analogías formales, revela correspondencias insospechadas entre diversos dominios de una misma ciencia, y aún, parentescos entre ciencias que parecían extrañas. Al destacar la *estructura invariante* común a teorías aparentemente heterogéneas, permite dominarlas por el pensamiento y abrazar con la mirada, en una visión más sintética, vastos paisajes intelectuales que no se conocían aún sino en fragmentos. En lo cual, los espíritus atentos más al acrecentamiento cuantitativo de los conocimientos que a su organización armoniosa encontrarán también, finalmente, su provecho. Pues esta organización hace sensibles las lagunas, que la analogía invita a llenar. Cada teoría saca provecho de las que se le conocen actualmente como emparentadas. Se transfieren aquí, en donde nada intuitivo las sugería, los resultados adquiridos en otra parte. El rigor del método de exposición conduce, así, a fin de cuentas, a su fecundidad para el descubrimiento.

A estas ventajas que ofrecen ya, en cualquier grado, las primeras axiomáticas, vienen naturalmente a combinarse en las axiomáticas formalizadas, las de todo cálculo simbólico: seguridad, objetividad. El carácter ciego y cuasi-mecánico de sus procesos no es su menor interés: permite hacerlos ejecutar por una máquina, y reservar así el espíritu para las operaciones de nivel superior. Por la simbolización y la formalización de las teorías y por medio de los isomorfismos así revelados, las grandes calculadoras americanas están llegando a ser, si no verdaderas "máquinas de pensar", al menos auxiliares científicos cuyas aptitudes superan muy ampliamente, la ejecución de las operaciones o problemas puramente numéricos. Y entre los problemas no numéricos que son aptas para resolver figuran precisamente los *problemas de decisión* acerca de las axiomáticas formalizadas. Estos usos son aún nuevos y sus desarrollos imprevisibles, pero se concibe que, ya sin la ayuda de máquinas y para el espíritu reducido a sus solos recursos, la simbolización y la formalización llevan la abstracción axiomática, si se puede decir, a la segunda potencia.

§ 24. *La axiomatización de las matemáticas.* Sería difícil medir exactamente la parte que corresponde al método axiomático en el vuelo de la matemática contemporánea. Más bien que de una causalidad claramente orientada, sin duda, sería necesario a menudo hablar de acciones recurrentes o conjugadas. La teoría de los grupos, por ejemplo, de la que se ha podido decir que es la matemática despojada de su substancia y reducida a su pura forma, nació antes que ella y se desarrolló, en primer lugar, de manera independiente; mas el espíritu en que se inspira es tan conforme al de la axiomática, y los problemas a menudo tan vecinos, que los dos órdenes de investigaciones se encuentran hoy asociados de modo muy íntimo.[27] Justamente porque no es una invención aislada y localizada, surgida accidentalmente, y porque se apoya en las tendencias mismas que caracterizan al espíritu matemático europeo y que no han hecho sino exasperarse desde hace un siglo, por eso el método axiomático no puede disociarse bien. Los rasgos que acusa son ya fácilmente reconocibles en el pensamiento matemático clásico: abstracción y generalización crecientes, rechazo de la intuición por la lógica, subordinación del contenido a la estructura, establecimiento de correspondencias unificadoras, etcétera. No por ello es menos cierto que Hilbert, al haber "enseñado a los matemáticos a *pensar axiomáticamente*", haya modificado profundamente el "estilo matemático", ahí mismo en donde el método axiomático no es empleado sistemáticamente.[28]

[27] *Cf.* G. Juvet, *La structure des nouvelles théories physiques*, p. 169: "Toda geometría coherente es la representación de un cierto grupo; ahora bien, toda geometría reposa también sobre un sistema de axiomas, así pues toda axiomática es también, desde un cierto punto de vista, la representación de un cierto grupo; es el grupo de operaciones que son definidas por los axiomas y que actúan sobre los objetos de los que tratan estos axiomas." *Cf.* del mismo autor, *L'axiomatique et la théorie des groupes*, Congrès Intern. de Phil. Scientifique, 1935, vol. VI.

[28] *Cf.* J. Dieudonné, David Hilbert, en Le Lionnais, *Les grands courants de la pensée mathématique*, p. 297; C. Chevalley, *Les variations du style mathématique*, *Rev. de Métaph.*, 1935, pp. 375-284.

Éste lo es cada vez más. Todas las teorías matemáticas, desde la aritmética y la teoría de los conjuntos hasta el cálculo de probabilidades, han sido axiomatizadas hoy, y a menudo de múltiples maneras. En Francia, el gran tratado que se publicó progresivamente bajo el seudónimo genérico de N. Bourbaki se propuso exponer según este método el conjunto de las matemáticas. Se comprende bien, en el caso de una teoría aún bastante próxima a sus orígenes concretos, como es la de las probabilidades, cómo la axiomatización desembaraza a la ciencia de los problemas concernientes a la esencia de las entidades de que trata, problemas de los cuales hace poco una ciencia racional no creía poder liberarse. La parte más trabajosa de un tratado de las probabilidades era a menudo la introducción, en donde el autor se juzgaba obligado a precisar lo que era esta noción con la cual pretendía hacer la ciencia. Se encontraba entonces cogido en este dilema: o bien remitirnos a la intuición hablando de cartas, dados, centavos, bolas; o bien dar una definición abstracta de la que podía disimular bien, pero no suprimir la circularidad: la probabilidad, relación del número de casos favorables al de casos posibles, *a condición de que éstos sean igualmetne probables.* Esta dificultad notoria ilustra a maravilla lo que tiene de incómoda y de transitoria la fase de la deducción concreta, en donde se debe y no se puede justificar los principios. Las cosas eran claras en la fase empírica e inductiva: dejándonos guiar por nuestro sentimiento intuitivo de las probabilidades, vemos bien, por ejemplo, que no hay razón para que resulte más bien cara que cruz, y llegamos luego a establecer las dos leyes, que la experiencia verificará, de las probabilidades totales y de las probabilidades compuestas. Y eso volverá a ser claro en la fase axiomática, la de la deducción abstracta: las dos leyes serán establecidas ahora como principios, los cuales darán de la probabilidad una definición implícita: la probabilidad es simplemente la "cosa" que es tal que se verifican en ella los dos principios.

Esta purificación conceptual inicial no es aún sino el menor beneficio del método. El análisis axiomático, se ha visto, destaca las estructuras de las teorías particulares ya constituidas, y revela así las analogías formales entre teorías a menudo muy alejadas por su contenido y, por esta razón, que permanecen hasta ahí independientes. Es el caso, por ejemplo, de la teoría de la medida y el cálculo de probabilidades. Igualmente, se descubren estructuras topológicas en conjuntos de elementos que ya no son puntos, sino funciones o, incluso, elementos esencialmente discontinuos como los números enteros. La teoría de los espacios abstractos, o topología general, debida a M. Frèchet, es así uno de los más bellos frutos del método axiomático. Teorías matemáticas están igualmente puestas en correspondencia con teorías extramatemáticas, y particularmente con teorías lógicas: el cálculo de probabilidades con ciertas lógicas plurivalentes, la topología con ciertos cálculos de lógica modal. Aclarada con una nueva luz por un isomorfismo, antiguas teorías pueden recibir desarrollos inesperados. La similitud de funciones conduce también a crear, para una teoría, nociones abstractas que nada podían sugerir mientras se las tenía sujetas a su interpretación primitiva, y nacen así nuevos seres matemáticos.

No solamente las teorías particulares son las que se aprovechan del tratamiento axiomático. La fisonomía del conjunto de las matemáticas se encuentra transformada. En razón de parentescos insospechados que de pronto se revelan ahí, el universo matemático se redistribuye. El orden tradicional,[20] que repartía las disciplinas matemáticas según los objetos estudiados (aritmética, álgebra, análisis infinitesimal, geometría), parece hoy tan superficial como el de las antiguas clasificaciones zoológicas, que agrupan a los animales según sus semejanzas exteriores (acuáticos, terrestres, aéreos) en lugar de fundarse sobre la similitud de las estructuras. Ahora se coordinan teorías que tratan de objetos muy diferentes, pero dotados de propiedades formales análogas: la teoría de los números primos está próxima a la de las curvas algebraicas, la geometría euclidiana a las ecuaciones integrales simétricas. Y la subordinación se funda sobre la jerarquía de las estructuras, yendo de las más simples y de las más generales

[20] El fin de este párrafo está directamente inspirado por N. Bourbaki, *L'architecture des mathématiques*, en Le Lionnais, *op. cit.*, p. 43-44; J. Dieudonné, *L'axiomatique dans les mathématiques modernes, Congrés intern. de Phil. des Sciences,* 1949, III, p. 48; Chevalley, art. cit., pp. 383-4.

a las más complejas y a las más especiales. En primer lugar, algunas estructuras maestras de un carácter más amplio: estructuras algebraicas, estructuras de orden, estructuras topológicas. Después estructuras ya más complejas y diferenciadas, en donde se combinan orgánicamente dos o más de estas estructuras maestras: por ejemplo, el álgebra topológica. Después solamente teorías más especiales, en donde los elementos comienzan a tomar una individualidad más marcada: en este nivel es en donde se vuelve a encontrar la mayor parte de las teorías de la matemática clásica. Sólo que, en lugar de permanecer independientes y casi aisladas, aparecen ahora como determinadas por entrecruzamientos diversos de algunas teorías más generales. Por ejemplo, el conjunto de los números reales puede ser considerado como un cuerpo, o como un conjunto ordenado, o como un espacio topológico, etcétera, de suerte que las propiedades de los números reales son, por una parte, las que se puede leer en los teoremas que les son aplicables de cada una de las teorías correspondientes, y por otra parte, las que resultan de la validez simultánea de estas diversas teorías o de varias de entre ellas.

§ 25. *La axiomatización en las otras ciencias.* El tratamiento axiomático no fue solamente aplicado a las matemáticas, se desbordó por ambos lados.

No nos sorprenderemos de que un método que se propone suplantar la intuición por la lógica haya encontrado su terreno de elección en la lógica misma. Esta ciencia hace de ella hoy un empleo regular y sistemático. Al contrario, su uso disminuye a medida que se desciende la escala de las ciencias, que se pasa de la mecánica a las otras partes de la física, y de ahí a las otras ciencias de la naturaleza. En efecto, casi no ha excedido aún el dominio de la física. Los ensayos que se han intentado en las ciencias ulteriores, como Woodger lo hizo en biología, siguen siendo esporádicos, y tienen sobre todo un interés de curiosidad. No que alguna ciencia repugne por naturaleza su empleo. Pero éste, para ser fructuoso no debe venir sino a su hora, y cuando la ciencia interesada llegó a un cierto grado de madurez. Hay como una ley del desenvolvimiento de las ciencias, que las hace pasar, en un orden irreversible y cada una a su vez según el rango que ocupa en la jerarquía, por cuatro etapas sucesivas: descriptiva, inductiva, deductiva, axiomática. Una axiomática permanece demasiado vana si no se construye sobre una teoría deductiva previa, la cual no tiene valor científico si no organiza un vasto conjunto de leyes adquiridas inductivamente, a continuación de una larga exploración de los fenómenos. La física inductiva en los siglos XVII y XVIII, abrió en el siglo XIX la era de las grandes teorías deductivas, y ha llegado hoy al punto en donde el tratamiento axiomático le resulta aplicable demasiado ampliamente.

No siempre sus partes más antiguas son las que se han beneficiado más de este tratamiento. Ciertos rasgos de las teorías nuevas —las cuales, claro está, se apoyan en todo saber adquirido anteriormente, aun cuando lo corrijan— las predestinaban a ello, y no solamente el hecho de que nacieron en la estación misma en que florecía la axiomática. Primeramente, su carácter altamente abstracto y formal, que resulta inevitablemente, entre otras razones, de que han dejado de existir en la escala de nuestra intuición. Una física de lo inmenso y una física de lo ínfimo desconciertan nuestro poder de representación concreta. La *curvatura* del espacio-tiempo, el *spin* del electrón, no tienen ya sino un valor muy débilmente analógico; aun esta lejana alusión a la imagen se desvanece totalmente con el simbolismo matemático, único que da a las teorías su expresión exacta. Además, ciertas particularidades esenciales a la nueva física favorecen o aun imponen el uso del método axiomático. Como explica J. L. Destouches, "una física en la cual todas las medidas simultáneas no son posibles no puede ser una física de las propiedades intrínsecas y debe limitarse a una física de relaciones". [80] Una física tal es necesariamente *estructural*. Pide expresamente la subordinación de los términos a las relaciones, tan característico del ordenamiento axiomático.

Si no se ha extendido mucho el uso de exponer axiomáticamente el contenido de la física clásica, no es que la cosa presente dificultades especiales, al menos para las partes ya

[80] *Essai sur la forme générale des théories physiques*, p. 102.

sistematizadas. La axiomática es el perfeccionamiento de la teoría deductiva, lo cual quiere decir también que toda puesta en forma deductiva inicia ya en la vía de la axiomática. El hábito de duplicar el lenguaje verbal mediante el simbolismo matemático ha acostumbrado a los físicos desde hace largo tiempo a distinguir, no tanto entre teorías con imágenes y teorías abstractas, como entre dos aspectos, uno concreto, otro simbólico, de una misma teoría: no siendo apenas las imágenes, según la comparación de Poincaré, sino vestiduras sometidas al capricho de la moda, mientras que la verdadera teoría, la que permanece, es el sistema de ecuaciones, es decir, de relaciones. Igualmente no han dejado de observar las similitudes formales entre ecuaciones o sistemas de ecuaciones que pertenecen a capítulos de física concretamente diferentes, y qué rigen, por ejemplo, los unos a los fenómenos mecánicos, los otros a los fenómenos electro-magnéticos: los isomorfismos les son pues, familiares. Pero ya en la organización conceptual que supone el establecimiento de leyes, el trabajo de abstracción prepara y apela a las axiomáticas ulteriores. Si la física es una ciencia de lo concreto en el sentido de que descansa sobre lo real, al menos los términos entre los cuales establecen esas relaciones que enuncian las leyes son completamente otra cosa que objetos concretos. La masa, la fuerza, el potencial, la resistencia, son entidades abstractas; sugeridas seguramente, como su nombre lo recuerda, por imágenes, pero cuyo sentido propiamente científico es fijado únicamente por las relaciones que sostienen entre ellas y con otras de igual naturaleza.[31] Las nociones intuitivas han servido, en el origen, para establecer las leyes, pero una vez construida la red de las leyes, la perspectiva se ha invertido: es el conjunto de principios de la mecánica clásica, de la termo-dinámica, de la óptica, que da, de las nociones fundamentales de cada una de estas teorías, una "definición disfrazada". Para descartar definitivamente estas significaciones intuitivas adventicias e importunas, para exponer en su pureza intelectual el sistema de las relaciones, ningún método podría ser más eficaz que el método axiomático.

[31] *Cf.* J. Ullmo, *Physique et axiomatique, Rev. de Métaph.*, 1949. pp. 126-138.

§ 26. *Límites del método axiomático.* Las ventajas de este método no deben, sin embargo, disimular los límites. No olvidemos, en primer lugar, que no representa sino una de las fases de la ciencia y que aun el lógico y el matemático no se desinteresan en modo alguno de la verdad material de sus proposiciones. El aritmético puede bien fingir descuidarla: no deja, sin embargo, de acoger, desligado de situarlos en un nivel inferior, muchos "teoremas empíricos", que son verdaderas leyes inductivas. Pero ahí mismo donde se procede axiomáticamente, no se podría llevar adelante el método hasta el término a donde apunta. Éste se propone perseguir a la intuición para substituirla, no ya por el razonamiento, sino por un cálculo, por un manejo regulado y privado de símbolos. En realidad, el formalismo no puede funcionar sin alimentarse, de una y otra parte, de la intuición.

En primer lugar de la intuición concreta que lo sostiene. No es sino en los libros donde una axiomática comienza con los axiomas: en el espíritu del axiomático, termina ahí. Presupone la deducción material que pone en forma, y ésta a su vez ha exigido un largo trabajo inductivo previo para reunir los materiales que organiza. Sobre estas bases, el verdadero trabajo del axiomático, es descubrir los axiomas: no deducir, en efecto, las consecuencias de principios dados, sino al contrario, dado un conjunto de proposiciones, encontrar un sistema mínimo de principios de donde se puedan deducir. Al análisis inductivo que, de los hechos se remonta a las leyes, sucede el análisis axiomático que, prosiguiendo la obra de sistematización deductiva, se remonta de las leyes a los axiomas. Una vez traducidos éstos a símbolos con sus reglas de funcionamiento, el formalista podrá olvidar las significaciones intuitivas iniciales. Éstas no han requerido menos el diseño de su construcción y solas, aún ahora, hacen comprender las líneas maestras y los contornos, y aseguran su unidad: unidad orgánica, no simple yuxtaposición accidental de axiomas. El defecto de una presentación axiomática abrupta, cuando afecta espíritus no preparados, está precisamente en esta impresión irresistible de arbitrariedad y vacuidad. Una axiomática no ofrece casi interés para quien no ha asimilado anteriormente el conjunto de conocimientos concretos que ordena al esquematizarlos. No se construye una axiomática por simple juego, y los instrumentos intelectuales son hechos, también ellos, para ser utilizados. Aún el teórico puro que deja a otros el uso del instrumento, no está menos constreñido, por su parte, a la consideración de un modelo: a saber, el modelo simbólico mismo.

Se traza otro límite al uso del método axiomático por un teorema paradójico de Skolem. A todo sistema que excede un cierto nivel bastante elemental y que comporta un modelo en un dominio cualquiera, es posible asignarle también un modelo en el dominio de los números naturales. Ahora bien, el conjunto de los números naturales constituye un infinito enumerable, que es la más débil potencia de los conjuntos infinitos.[32] Resulta, pues, de este teorema que el tratamiento axiomático hace desvanecer, en cierta manera, todas las potencias superiores. El continuo, por ejemplo, no puede ser concebido axiomáticamente en su especificidad estructural, ya que toda axiomática que se dé comportará un modelo enumerable. Resultados obtenidos ulteriormente por Von Neumann, los cuales muestran que la potencia de un conjunto es relativa a la axiomática utilizada, van en el mismo sentido. Era una ventaja del método axiomático reunir, por la identidad de su estructura, una pluralidad de sistemas isomorfos. Si, ahora, los sistemas que reúne pueden no ser isomorfos, es que deja escapar ciertas particularidades de las estructuras y que no basta ya para diferenciar éstas. Para distinguirlas será necesario un recurso a la intuición.

Si la intuición concreta la bordea por abajo, la axiomática permanece igualmente en contacto, por arriba, con una intuición intelectual a la que ella puede sin duda repeler siempre

[32] Recordemos que dos conjuntos se dicen tener la misma *potencia* cuando se puede establecer entre sus elementos una correspondencia bi-unívoca (es decir, que a todo elemento del uno corresponde uno y un solo elemento del otro, y recíprocamente); que, para conjuntos finitos, tener la misma potencia se reduce a tener el mismo *número* de elementos; que, para los conjuntos infinitos, la más débil potencia es la del *enumerable* (la sucesión indefinida de los números naturales); que la potencia del *continuo* (por ejemplo, la de los puntos de una línea, o del conjunto de los números reales) es superior a la del enumerable; en fin, que se puede siempre construir un conjunto cuya potencia supere la de un conjunto cualquiera.

más lejos, pero no suprimir de ningún modo. La intuición se refugia de la teoría en la metateoría, luego de ésta, reducida a su vez a un sistema formal, en la meta-metateoría y así sin fin: siempre el manejo del simbolismo exige un sobrevuelo del espíritu. Los teoremas de Gödel han hecho manifiesta la cosa a los formalistas mismos. Pues juegan aquí un papel que se ha podido comparar al de las relaciones de incertidumbre de Heisenberg en física cuántica: así como la intervención de la actividad experimental en el contenido de la observación no se puede agotar indefinidamente, así ocurre con la intervención de la actividad mental en las axiomáticas simbolizadas y formalizadas. Que se regocije o que se aflija uno de ellos, no es posible eliminar el sujeto. De ahí la reacción del intuicionismo: "No aceptamos que el camino de la ciencia lleva a la eliminación del espíritu." [33] Aún con sistemas bastante rudimentarios para que no funcionen en ellos aún las prohibiciones de Gödel, es claro que la apercepción de una correspondencia analógica entre la interpretación objetiva y la interpretación sintáctica de las mismas fórmulas requiere, exactamente como la inteligencia de un retruécano, una iniciativa espiritual, y que, más generalmente, una cierta constelación de signos, negro sobre blanco, no llegará a ser, por ejemplo, una demostración de no-contradicción sino para un espíritu que sepa leerla como tal. El beneficio del método axiomático no es excluir la intuición, sino contenerla y hacerla retroceder hacia el estrecho terreno en donde es irreemplazable. Tiene ventaja substituir el órgano por el instrumento, luego, el instrumento por la máquina, para, después, dotar la máquina de aparatos de auto-regulación: por más perfeccionada que se la imagine, su simple funcionamiento —para no hablar de su construcción ni de su utilización —exigirá siempre un control humano, no dispensará jamás de algunas intervenciones exteriores, así fuesen, cada vez, más mínimas y espaciadas. Enteramente como una máquina, un mecanismo intelectual no sería verdaderamente seguro si no se pudiera tener la certeza absoluta que no tiene defectos, que no está expuesto a avería, ni a enloquecimiento, que en ninguna cir-

[33] A. Heyting, en F. Gonseth, *Philosophie mathématique*, 1939, p. 75.

cunstancia surgirá una ambigüedad cualquiera sobre el modo de aplicar las reglas, o que jamás nos encontremos lanzados a una alternativa indefinida de afirmaciones y negaciones, que recuerden las antinomias cantorianas. Sin duda es más justo pedir a la intuición y al formalismo controlarse mutuamente: garantizando el formalismo contra los errores de una intuición intemperante, pero con la condición de ser él mismo sometido a la vigilancia de una intuición reducida.

Por lo demás, nadie ha impugnado seriamente el papel que conserva la intuición en el descubrimiento. Cualquiera que sea la fecundidad de un método, su oficio es sobre la consolidación y, si se quiere, el prolongamiento, pero sobre un terreno previamente fijado. Él pone en orden lo adquirido y, al hacer esto, llena las lagunas y explota los trazos, pero no inaugura nada esencialmente nuevo. Los descubrimientos revolucionarios son la obra del genio que trastorna los métodos. Encontrar, probar: lo uno no le es menos indispensable que lo otro a la ciencia, que requiere el espíritu de aventura tanto como el espíritu de rigor. Desde este punto de vista aún, intuición y formalismo se completan, según la diversidad de los espíritus y las oscilaciones de la historia. Un autor poco sospechoso de tibieza para la axiomática conviene expresamente en esto: "En los periodos de expansión, cuando se introducen nociones nuevas, a menudo es muy difícil delimitar exactamente las condiciones de su empleo, y para decirlo de una vez, no se puede hacerlo razonablemente sino una vez adquirida una muy larga práctica de estas nociones, lo que necesita un periodo de desbrozamiento más o menos amplio, durante el cual dominan la incertidumbre y la controversia. Pasada la edad heroica de los exploradores, la generación siguiente puede entonces codificar su obra, aligerarla de lo superfluo, asentar sus bases, en una palabra, volver a poner el edificio en orden: en este momento reina de nuevo sin división el método axiomático, hasta la próxima revolución que aportará alguna idea nueva." [34]

[34] J. Dieudonné, *L'axiomatique dans les mathématiques modernes*, compilación citada, pp. 47-48.