III. TEORÍA DE LOS SISTEMAS DEDUCTIVOS Y TEORÍA DE LA MULTIPLICIDAD

§ 28. *El nivel superior de la lógica formal: la teoría de los sistemas deductivos o teoría de la multiplicidad*

En vista del tipo enteramente nuevo de *análisis matemático* que había surgido en el siglo XIX con un poderoso desarrollo teórico y técnico, y comprendiendo la necesidad de esclarecer el sentido lógico de ese análisis que estaba en completa confusión, se me presentó una tercera tarea, superior a las anteriores: la de una lógica formal o teoría formal de la ciencia. Se anuncia en el título del § 69 como: *teoría de las formas posibles de teorías* o como *teoría de la multiplicidad.* [1]

El concepto de teoría (según dijimos en el parágrafo anterior) debía entenderse en un sentido estricto —adecuado a las ciencias nomológicas o deductivas—, esto es, en el sentido de una conexión sistemática de proposiciones que tiene la forma de una deducción unitaria sistemática; por consiguiente, se obtenía así un primer comienzo para una teoría de los sistemas deductivos o, lo que es igual, para una disciplina lógica de las ciencias deductivas en cuanto tales, consideradas como *totalidades* teóricas. En el nivel anterior de la lógica, habíamos tomado por tema la forma pura de todas las formaciones significativas que podían presentarse *a priori dentro* de una ciencia; es decir: formas de juicio (y formas de sus elementos), formas de deducción, formas de demostración; correlativamente del lado objetivo: objeto en general, conjunto y relaciones entre conjuntos en general, combinaciones, órdenes, magnitudes en general, etcétera, con sus relaciones y conexiones formales esenciales; de la

[1] "Prolegómenos", p. 247.

misma manera tomamos ahora por tema la *totalidad de los sistemas de juicios* que constituyen la unidad de una teoría deductiva posible, de una "teoría en sentido estricto".[2] Como concepto objetivo total (siempre entendido con generalidad formal), se presenta ahora lo que la matemática tiene en vista bajo el rubro de "*multiplicidad*", sin determinar ni desarrollar su sentido. Es el concepto formal que acota la esfera de objetos de una ciencia deductiva, concebida como unidad sistemática o total de la teoría. Repito ahora la caracterización estricta de la idea de una teoría formal de las formas de teoría, o teoría de la multiplicidad; nada podría cambiar en ella, mas hemos de tener a la vista su contenido:

"El *correlativo objetivo* del concepto de teoría posible y definida sólo por su forma, es el concepto de una *posible esfera del conocimiento que debe ser dominada por una teoría de tal forma.* El matemático llama (dentro de su círculo) *multiplicidad* a una esfera semejante. Es ésta, pues, una esfera definida única y exclusivamente por su subordinación a una teoría de tal *forma,* o por la posibilidad de *ciertas* combinaciones de sus objetos, las cuales están subordinadas a *ciertos* principios de ésta o aquella *forma determinada* (que es aquí lo único determinante). Los objetos resultan completamente indeterminados en cuanto a su materia; para indicar esto, el matemático habla con predilección de "objetos de pensamiento". Estos objetos no se hallan definidos ni directamente como singularidades individuales o específicas, ni indirectamente por sus especies o géneros, sino exclusivamente por la *forma* de las conexiones a ellos adscritas. Estas mismas tampoco se hallan determinadas en su contenido, como sus objetos; lo definido es solamente su forma, mediante las formas de las leyes elementales admitidas como válidas para ella. Y éstas, así como definen la *esfera,* definen también la teoría que hay que construir o, dicho también con más exactitud, la *forma de la teoría.* En la teoría de la multiplicidad, el signo $+$, por ejemplo, no es el signo de la adición aritmética, sino una conexión en general, para la que son válidas leyes de la forma "$a + b = b + a$", etcétera. La multiplicidad está definida por la circunstancia de que sus objetos mentales hacen posibles estas

[2] Ésta es la que se designa, desde la Introducción (*op. cit.*, § 64) en adelante, con la palabra "teoría".

"operaciones" y otras de que pueda demostrarse que son compatibles con ellas.

La *idea más general de una teoría de la multiplicidad* es ser una ciencia que determina los tipos esenciales de teorías (o esferas) posibles e investiga sus relaciones regulares mutuas. Todas las teorías efectivas son especializaciones o singularizaciones de las formas de teorías correspondientes a ellas; así como todas las esferas de conocimiento trabajadas teóricamente son *distintas* multiplicidades. Una vez desarrollada efectivamente en la teoría de la multiplicidad la correspondiente teoría formal, está despachado todo el trabajo teórico deductivo necesario para construir todas las teorías efectivas de la misma forma." (Hasta aquí los "Prolegómenos", t. I, pp. 249 y ss. *)

El nuevo concepto supremo de la disciplina en cuestión sería pues: *forma de una teoría deductiva* o de un "sistema deductivo"; naturalmente, está fundado en los conceptos categoriales del nivel inferior. Junto a la tarea de definirlo formalmente, subsiste ahora la tarea, que se extiende al infinito, de diferenciarlo, de proyectar en una explícita elaboración sistemática las formas posibles de esas teorías; mas también se plantea la tarea de reconocer teóricamente múltiples formas de teorías de esa especie como individualizaciones de generalidades formales superiores, y de diferenciar, dentro de una teoría sistemática, esas generalidades mismas —principalmente la idea suprema de forma de teoría en general, de sistema deductivo en general— en sus formas particulares y determinadas.

§ 29. *La reducción formalizadora de las ciencias nomológicas y la teoría de la multiplicidad*

Ya aclaramos con mayor precisión [3] el sentido de este planteamiento de tareas, al indicar que la teoría de la multiplicidad de la matemática moderna (y en último término todo el análisis formal moderno) es ya una realización de esta idea de una ciencia de los sistemas deductivos posibles, realización sin duda sola-

* Para esta cita, seguimos la traducción de M. García Morente y J. Gaos (*Investigaciones lógicas*, t. I, pp. 251 y ss., Madrid, 1929) con pequeños cambios. [N. del T.]

[3] *Op. cit.*, § 70.

mente parcial pero concebida en un desarrollo progresivo y vivo. Justamente así se logró por vez primera una exposición comprensible, por principio evidente, del sentido de este análisis; él realiza —tomado con su extensión plena— la idea leibniziana de una *mathesis universalis*, así como el sentido desarrollado de una lógica universal de nivel superior, que trata de los sistemas deductivos; es a la vez un desarrollo necesario del sentido de la lógica que Leibniz había barruntado.

Repitiendo libremente las "explicaciones" de ese § 70, indiquemos ahora que cualquier ciencia teórica explicativa nomológica, por ejemplo, la geometría euclidiana —tal como Euclides mismo la entendió: como teoría del espacio universal intuitivo—, se puede reducir a una forma de teoría. Esto ocurre naturalmente gracias a esa generalización peculiar a la lógica, la "formalización"; en ella todo contenido material de los conceptos —en nuestro ejemplo, todo carácter específicamente espacial— es transformado en algo indeterminado, en algún modo de "algo en general" vacío. Entonces el sistema material de la geometría se transforma en una *forma de sistema* que sirve de ejemplo; a cada geometría corresponde una *forma* de verdad; a cada deducción o demostración geométrica, una *forma* de deducción, una *forma* de demostración, etcétera. De la *esfera de objetos* determinada, constituida por los datos espaciales, resulta la *forma de una esfera* o, como dice el matemático, una *multiplicidad*. No es simplemente una multiplicidad a secas —que sería tanto como un conjunto a secas—, tampoco es la *forma* "conjunto infinito en general"; es un conjunto cuya particularidad consiste exclusivamente en ser concebido con generalidad formal vacía, como "una" esfera determinada por la totalidad completa de las formas de postulados euclidianos, es decir, determinada mediante una disciplina deductiva cuya *forma* se deriva, por esa formalización, de la geometría euclidiana del espacio.

§ 30. *La teoría de la multiplicidad desde Riemann*

El gran paso dado por la matemática moderna, particularmente desde Riemann, consiste en que no sólo aclaró esta posibilidad de recurrir a la forma de un sistema deductivo (por lo tanto, a la *forma* correspondiente de una ciencia deductiva) a partir de la geometría y de otras ciencias positivas, sino también en que procedió a *considerar esas mismas formas de sistema como objetos matemáticos*, a transformarlas libremente, a generalizarlas matemáticamente y a particularizar esas generalizaciones; todo ello empero ateniéndose, ya no a las diferenciaciones —aquí sin significación— por género y especie, en el sentido de la tradición aristotélica, sino en el sentido de los órdenes superiores e inferiores matemático-formales, que se presentan en la esfera de lo formal. Las expresiones usuales carecían y aún carecen de claridad: no se habla de la *forma* categorial "espacio", sino del "espacio euclidiano".[4] Al efectuar la generalización, se habla de espacios de *n* dimensiones, de espacios riemannianos, lobatchevskianos . . . , en vez de hablar de generalizaciones de la *forma* categorial "multiplicidad euclidiana tridimensional" *en formas* de "multiplicidades" *n* dimensionales de diferentes especies, cuya forma se define con mayor precisión de tal o cual manera. Con la misma falta de claridad hablan los matemáticos de axiomas en lugar de formas de axiomas; luego hablan de teoremas, demostraciones, etcétera, cuando se trata de una deducción general formal en la cual se derivan de las formas de principios presupuestos las *formas* de teoremas implicadas en ellas, mediante *formas* de deducción y demostración. Esta falta de distinción quedó descartada por primera vez por las demostraciones evidentes (aunque no todos les prestaran atención) de los parágrafos citados de los "Prolegómenos"; había arrojado una gran confusión entre los matemáticos e incluso entre los lógicos descarriados por ellos; había suscitado también falsas reacciones por parte de los filósofos; pues en este caso tenía razón, como siempre, el genio matemático, aunque se negara a comprenderse lógicamente a sí mismo.

[4] No nos dejemos engañar en este punto por el concepto kantiano de forma espacial que se refiere a la forma regional de la naturaleza real y de cualquier naturaleza posible; nosotros, en cambio, tenemos que ver con formas analíticas puras, "formas categoriales" que corresponden a los objetos y a los juicios, al vaciarlos completamente de todo contenido material. La forma de espacio, en el sentido kantiano, es el espacio de la geometría de Euclides, de la geometría espacial a secas. Esta "forma espacial" es una instancia singular de la forma analítica "multiplicidad euclidiana".

§ 31. *El concepto estricto de multiplicidad y de "sistema deductivo, nomológico", aclarado por el concepto de "definitud"*

Los matemáticos avanzaron indefinidamente en la dirección indicada. Sin preocuparse por las ciencias teóricas existentes, llevaron al cabo libres construcciones de "multiplicidades" (de formas de multiplicidades) o de formas de ciencias deductivas. Por cierto, igual que en todo el desarrollo de la matemática desde la Antigüedad, la geometría y el ideal euclidiano enunciado por ella fungían en último término de guías. La tendencia a acuñar con perfección el concepto matemático de multiplicidad (a señalar, por ende, un objetivo particular a la teoría de la multiplicidad) procede de este ideal. Yo traté de comprenderlo concretamente con el *concepto de multiplicidad definida.*

El origen oculto de este concepto que, a mi parecer, guía intencionalmente de continuo a la matemática, es el siguiente: si concebimos realizado el *ideal euclidiano* [5] habría que derivar de un sistema finito e irreducible de axiomas, mediante una deducción silogística pura (esto es, según los principios del nivel lógico inferior), todo el sistema infinito de la geometría espacial; por lo tanto, habría que *descubrir completamente, de modo teórico, la esencia a priori del espacio.* Al pasar a la forma, resulta así la idea formal de una multiplicidad a secas; si concebimos ésta subsumida bajo un sistema de axiomas, cuya *forma* se deriva por formalización del sistema euclidiano, *podríamos definirla por completo nomológicamente* en una teoría deductiva "equiforme" con la geometría (como solía llamarla en mis lecciones de Gotinga). Si pensamos desde luego que una multiplicidad concebida con generalidad indeterminada, se define por un sistema semejante de formas axiomáticas —se concibe determinada exclusivamente por él—, entonces debemos poder inferir en una deducción pura todo el sistema formal determinado de teoremas, de teorías parciales, y por fin la *forma* entera de ciencia necesariamente válida para esa multiplicidad. Naturalmente, todas las multiplicidades concretas con contenido material que

[5] Es decir, el ideal sugerido a los matemáticos por la forma de sistema de los *Elementos de geometría,* aunque no haya sido formulado por el propio Euclides.

podamos presentar, cuyos sistemas axiomáticos se revelen "equiformes" al formalizarlas, tienen en común la misma forma deductiva de ciencia, son "equiformes" respecto de esta misma forma.

A propósito de lo anterior, nos encontramos con el siguiente *problema*: ¿Qué es lo que caracteriza como "definido" desde el punto de vista *puramente formal* un sistema axiomático cerrado, por el cual se definiría efectivamente, *en sentido estricto*, una "*multiplicidad*"? Pues —tal como yo lo comprendí— en la intención de este concepto había un sentido intencional oculto. "Multiplicidad" significaba propiamente la *idea de la forma de una esfera infinita de objetos* que tiene la *unidad de una definición teórica* o, lo que es igual, la unidad de una *ciencia nomológica*. La idea formal de "esfera definible teóricamente" (esfera de una ciencia deductiva) y la de "sistema definido de axiomas" son equivalentes.

Hay que observar al respecto que *cualquier* sistema formal definido de axiomas tiene efectivamente una infinidad de consecuencias deductivas. Pero es inherente a la idea de una "*ciencia nomológica*", o a la idea de una esfera infinita (de una "multiplicidad", para hablar en lenguaje lógico-matemático) que haya que explicar mediante una nomología, la circunstancia de que toda verdad válida para esa esfera está implicada deductivamente en los "principios" de la ciencia nomológica; como sucede con el espacio, en la *geometría euclidiana ideal*, respecto del sistema "completo" de los axiomas espaciales. Al pasar de estas reflexiones sobre las características de una esfera nomológica, a su formalización, resultó algo notable: una *forma de multiplicidad en sentido estricto*: justamente la de una multiplicidad explicativa nomológica. *Ésta no sólo se define por un sistema de axiomas en general*, sino por un sistema "*completo*". Lo cual implica lo siguiente, si lo reducimos a la forma precisa del concepto de multiplicidad definida:

El sistema de axiomas que define formalmente una multiplicidad semejante se caracteriza por lo siguiente: cualquier proposición (forma proposicional), que pueda construirse de modo lógico-gramatical puro mediante los conceptos (formas conceptuales, naturalmente) que intervienen en ese sistema, es una de dos: o "verdadera", es decir, consecuencia analítica (puramente deductiva) de los axiomas, o "falsa", es decir, contradicción analítica: *tertium non datur*.

Naturalmente con lo anterior se ligan problemas muy significativos. ¿Cómo podemos saber *a priori* que una esfera es nomológica, por ejemplo el espacio con sus figuras espaciales? ¿Cómo podemos saber que la serie de axiomas inmediatamente evidentes que hemos establecido comprende la esencia completa del espacio y basta, por lo tanto, para construir una nomología? Luego, con mayor razón: en una formalización o en una libre construcción de formas de multiplicidad, ¿cómo podemos saber, cómo podemos demostrar que un sistema de axiomas es definido, que es un sistema "completo"?

He empleado por doquier la expresión, que originalmente me es ajena, de "sistema completo de axiomas"; esta expresión proviene de Hilbert. Sin guiarse por las reflexiones lógico-filosóficas que determinan mis estudios, también él llegó (naturalmente con total independencia de mis investigaciones, que aún no estaban publicadas) a su concepto de "completud"; es decir, trató de ampliar el sistema de axiomas con un peculiar "axioma de completud". Los análisis presentados antes podrían hacer evidente que los motivos más íntimos que guiaban la investigación matemática de Hilbert, aunque de un modo inexplícito, seguían esencialmente la misma dirección que los motivos que determinaron el concepto de multiplicidad definida. De cualquier modo me parece que aún hoy no carece de importancia, al menos para el lógico filósofo, ponerse en claro el hondo sentido de una *nomología* y de una *multiplicidad* (*nomológica*) *definida*, siguiendo los pasos conceptuales intentados antes.

El concepto de multiplicidad definida me sirvió originalmente para otro fin: para clarificar el sentido lógico del paso del cálculo por lo "imaginario". En relación con este punto, me sirvió para establecer lo que hay de justo en el "principio de la permanencia de las leyes formales" de H. Hankel, principio muy famoso pero lógicamente infundado y falto de claridad. Mis preguntas eran: ¿De qué condiciones depende la posibilidad, en un sistema deductivo definido formalmente (en una "multiplicidad" definida formalmente), de operar libremente con conceptos que son por definición imaginarios? ¿Cuándo podemos estar seguros de que las deducciones —que en esas operaciones arrojan proposiciones exentas de caracteres imaginarios— son de hecho "correctas", esto es, son *consecuencias correctas de las formas de axiomas que las definen*? ¿Hasta dónde es posible "ampliar" una "multiplicidad", un sistema deductivo bien definido, en otro sistema que contenga el anterior como una de sus "partes"? La respuesta reza: si los sistemas son "definidos", el cálculo con conceptos imaginarios nunca puede llevar a contradicciones. Yo he descrito con detalle en mis *Ideen* (t. I, p. 135) el concepto de "definido" (sin referirlo a este problema; seguía una doble comunicación a la Sociedad Matemática de Gotinga, en el seminario de invierno de 1901 y 1902). En el tomo I de las *Logische Untersuchungen*, que propiamente había proyectado como una simple introducción a las investigaciones fenomenológicas del tomo II, prescindí de proseguir más adelante las cuestiones sobre la teoría de la multiplicidad; así, faltan referencias al concepto de "definido" y a lo "imaginario", tema final de mis antiguos estudios filosófico-matemáticos.

§ 32. *La idea suprema de una teoría de la multiplicidad como ciencia nomológica universal de las formas de multiplicidad*

Cuando los matemáticos pasaron a definir con libertad matemática formas de multiplicidades, por medio exclusivamente de las formas de proposiciones que creían válidas para ellas, dieron con una infinidad de esas formas. Para cada multiplicidad definida por un sistema de formas axiomáticas se ofrecía la tarea de construir explícitamente la forma de ciencia deductiva correspondiente; al realizar esta tarea, se presentaba exactamente el mismo trabajo de efectuar deducciones constructivas que ejecuta con conceptos materiales una ciencia deductiva concreta. Era imposible, carecía de objeto construir al acaso varias de estas formas; pues de inmediato era de ver, en las formas determinadas a partir de las ciencias de hecho existentes, que las formas de sistemas deductivos se conjugan por sí mismas para formar sistemas deductivos. Aquí surge, pues, la *idea* de una tarea universal: tender a una teoría suprema que comprendería todas las formas posibles de teorías y correlativamente todas las formas posibles de multiplicidades, como instancias matemáticas particulares, esto es, como formas *derivables* de esa teoría.

§ 33. *Verdadera matemática formal y matemática de las reglas de juego*

El peligro de perderse en un simbolismo excesivo ha entorpecido mucho la exposición del auténtico sentido lógico de la nueva matemática formal y no le ha dejado asumir por tarea la intención global que ocultamente la impulsa; dicho peligro sólo puede evitarse, si la idea de esta matemática se establece en una relación global con la idea de una *lógica*, al modo de las exposiciones de las *Logische Untersuchungen*. Entonces se la reconoce por una teoría universal de las formas de teorías (cada una sistemáticamente conclusa), se la reconoce correlativamente por una teoría universal de las formas posibles de multiplicidades. Así aparece la matemática formal como *nivel supremo de la lógica analítica*, fundado en el nivel inferior que por esencia le precede; este último se divide (tomando en cuenta los resultados de la IVª *Logische Untersuchung*) en morfología formal pura y teoría de la validez (lógica de la consecuencia).

Los matemáticos, embarazados por sus propios intereses y preocupaciones teórico-técnicas, fueron poco sensibles primero a los análisis lógicos fundamentales, tal como están expuestos en las *Logische Untersuchungen*. Sólo hasta hace poco los matemáticos empiezan a notar a su modo algo de esta división en niveles; poco a poco ven que una matemática formal del nivel superior de multiplicidad nunca puede prescindir de las categorías lógicas específicas (categorías significativas y categorías objetivas) ni de los verdaderos axiomas que a ellas se refieren. Cierto que la mayoría de ellos ni aún ahora ve que, considerada con un criterio lógico, la aritmética de los números cardinales tiene su existencia propia, igual que la aritmética de los números ordinales, la de las magnitudes, etcétera.[6] Por otra parte tampoco ve que de una teoría de los "números reales" (que forma parte de la matemática formal de nivel superior) no puede resultar ninguna de esas disciplinas, pues tienen que erigirse de modo autónomo. Naturalmente, la razón del engaño estriba en que se trata de disciplinas deductivas equiformes; por lo tanto, técnicamente carecería de objeto construir explícitamente por separado cada una de esas disciplinas, en lugar de inferir sistemáticamente de una vez por todas, en un nivel superior de formalización, las correspondientes formas de teorías, a partir de las formas comunes de axiomas. Sólo que —como ya dijimos— nunca podremos prescindir de establecer los correspondientes *conceptos fundamentales* en relación con las categorías lógicas y con los *verdaderos axiomas* que a ellas se refieren.

[6] *Cf.* el Prefacio de mi *Philosophie der Arithmetik*.

Lo anterior es válido incluso si, en lugar de un análisis matemático o de una genuina teoría de la multiplicidad, se construye una mera *disciplina de juegos deductivos con símbolos*; ésta sólo se convertirá en una verdadera teoría de la multiplicidad cuando se considere los símbolos en juego como signos de objetos mentales efectivos, de unidades, conjuntos, multiplicidades; cuando se dé a las reglas de juego la significación de *formas de leyes* para esas multiplicidades. Aun en el juego se juzga, se colige, se enumera efectivamente, se infiere consecuencias efectivas, etcétera.

§ 34. *La matemática formal completa es idéntica a la analítica lógica completa*

El orden sistemático de construcción de una "*mathesis universalis*" plena y total constituye naturalmente un gran problema; nos referimos a una matemática formal que no esté en el aire, sino que se levante sobre sus fundamentos y se unifique indisolublemente con esos fundamentos. Pero conforme a nuestras indicaciones, no es más que el problema de una *analítica lógica* plena y total, tal como ya está implícito en el sentido de las exposiciones de las *Logische Untersuchungen*. Mas entonces es claro que una teoría universal de la multiplicidad debe definir a su libre manera cualquier forma de multiplicidad, mediante formas de axiomas o, en general, mediante formas de proposiciones supuestamente válidas; con todo, tiene que contar con las formas fundamentales de proposiciones que se presenten sistemáticamente en la morfología de los juicios y con las categorías lógicas implícitas en ellas: tiene que contar con *todas* ellas; por fin, debe también cobrar conciencia de lo que todo esto significa. Con otras palabras: debe *erigirse concretamente sobre una morfología de los juicios* (de las significaciones categoriales) *que la preceda*. Justamente en este punto induce en error la inclinación —oriunda de la pretendida necesidad de mayor exactitud— a sustituir la verdadera teoría de la multiplicidad por su análogo simbólico, esto es, la inclinación a enfrentarse con meras reglas de juego a las definiciones de multiplicidades.

En la definición de una multiplicidad no hemos de definir solamente con signos y cálculos, postulando por ejemplo: "estará permitido manejar los signos en cuestión de tal modo que siempre pueda colocarse en lugar del signo "*a* + *b*", el signo "*b* + *a*"; hay que decir por el contrario: para los *objetos* de la multiplicidad (concebidos solamente por lo pronto como algo vacío, como "objetos mentales") deberá existir cierta *forma conectiva* expresable en la forma de *ley*: "a + b = b + a"; en ésta, la *igualdad* significa una verdadera igualdad, tal como corresponde a las formas lógicas categoriales. Qué categorías lógicas tengamos que introducir para definir, es cosa que incumbe a la definición; ésta es arbitraria, aunque está constreñida por el requisito de no contradicción; en cualquier caso, esas categorías tendrán que designarse como categorías enteramente determinadas.

§ 35. *Por qué en el dominio de la* mathesis universalis *como analítica universal sólo las formas deductivas de teoría pueden convertirse en tema*

a) *Sólo una teoría deductiva tiene una forma sistemática puramente analítica*

Ahora aún es menester un complemento importante, que debemos desarrollar ligándolo críticamente con lo expuesto en los "Prolegómenos".

Al remontarnos a la teoría sistemática de las teorías o de las multiplicidades, quedaron incluidos en la lógica los *problemas de la totalidad,*[7] en la medida en que podían plantearse como

[7] La exposición de las *Logische Untersuchungen* tiene el defecto de no haber colocado esta idea en el lugar central, *subrayándola* repetidas veces; cuando que determina continuamente el sentido de todas sus disquisiciones. Un defecto más grave de los "Prolegómenos" —notémoslo de paso— es no mencionar, junto con el concepto de verdad, las modalidades de la verdad, y no presentar la probabilidad como una de esas modalidades. Por consiguiente, la ampliación necesaria de una lógica formal queda determinada porque en la lógica de la certeza o de la verdad, se introducen variantes modales del juzgar y de los juicios, consideradas como posibilidades formales generales; porque, además, cualquiera de esas variantes puede formar parte del contenido predicativo del juicio y, sin embargo, ninguna puede ser considerada como algo externo a la forma. Con otras palabras: "materia" de los juicios en sentido lógico-formal es sólo el contenido que va más allá del "algo en general"; del "algo en general" forman parte justamente todas las formas con que formulamos juicios no sólo ciertos sino también posibles, etcétera. Ampliamos la lógica formal,

problemas *formales*. Por cierto, los "Prolegómenos" hubieran debido investigar o demostrar primero que la lógica formal (la analítica en su sentido más amplio) queda completa al dirigirse exclusivamente al campo universal de las formas de significaciones y de objetos. En los "Prolegómenos" el ideal de la ciencia específicamente teórica, esto es, de la ciencia nomológica (como la geometría o la física teórica), guiaba todo el planteamiento de las cuestiones sobre el sentido de una lógica "pura" (en cuanto analítica); esta circunstancia motivó por lo pronto en ellos una limitación que no había sido justificada: precisamente la limitación del concepto general de ciencia, como *teoría en el sentido más amplio* —como sistema cerrado de proposiciones de una ciencia en general—, al concepto *particular de teoría deductiva* (ciencia "explicativa" nomológica). No obstante, esta limitación podría en cierto modo justificarse posteriormente, si se examina el *problema* de que aquí se trata y que hay que formular ahora: caracterizar la forma de una esfera de objetos y correlativamente la forma de una teoría en el *más amplio* sentido.

Por lo pronto es evidente que si formalizamos ciencias del tipo de la psicología, o de la fenomenología, o de la historia, y preguntamos por lo que vincula en la unidad de una forma sistemática todas las formas de proposiciones resultantes, o bien preguntamos por el grado en que esas formas *en cuanto tales* tienen la unidad formal de un sistema, no llegamos a nada más que a la siguiente generalidad vacía: hay una infinidad abierta de proposiciones que están conectadas *objetivamente* entre sí y que, en cualquier caso, son compatibles entre sí a modo de proposiciones analíticamente no contradictorias. El tipo teórico de esas ciencias se diferencia, por principio, del de las ciencias nomológicas en el sentido definido por nosotros con exactitud.[8] Lo cual quiere decir: su forma sistemática no es la de una teoría deductiva "definida"; o bien, correlativamente: su esfera de objetos no es una multiplicidad "definida". Sólo *al rebasar la forma lógico-analítica*, puede llegar a conocerse cuál sea el principio de *unidad* en esas ciencias. Por lo contrario, la *forma sistemática de una teoría deductiva es*

en un sentido afín al anterior, cuando nos percatamos de que toda la afectividad comporta modalidades del "algo en general" igualmente incluidas en la esfera dóxica (*cf.* sobre este punto: *Ideen*, t. I, pp. 243 y ss., e *infra*, § 50, p. 140).

[8] *Cf.* § 31.

ella misma una formación de la esfera analítica. Por lo tanto, *las ciencias deductivas o nomológicas se caracterizan porque su principio sistemático es puramente analítico.* La teoría deductiva tiene una forma de unidad sistemática que forma parte *de la lógica formal misma;* hay que construir *a priori* esa forma en la lógica formal —en su disciplina suprema: la teoría de la multiplicidad—, dentro del sistema total de formas posibles *a priori* de sistemas deductivos.

b) *Planteamiento de la cuestión: ¿cuándo tiene un sistema de proposiciones una forma sistemática que pueda caracterizarse como analítica?*

Hemos adquirido así un conocimiento muy significativo para comprender la lógica. Este conocimiento falta aún en las *Logische Untersuchungen.* Para proceder de modo más correcto, hubieran tenido que prescindir de cualquier vínculo previo con el ideal de ciencia "teórica", "nomológico-explicativa"; éste no puede fungir, en modo alguno, como ideal de toda ciencia. En vez de ello debían de haber expuesto el *problema* correspondiente, al desarrollar el sentido de una lógica como teoría de la ciencia (prestando atención exclusivamente al carácter formal de sus resultados y considerando cualquier ciencia en general, sea cual fuere).

Este problema puede brevemente resumirse de la siguiente manera: una ciencia en general es una multiplicidad de verdades que no se hallan casualmente reunidas, sino que están ligadas entre sí y referidas, en cualquier caso, a una esfera unitaria de objetos. *¿Cuándo* tiene la totalidad de las proposiciones de una ciencia, que se extienden al infinito, *una forma sistemática unitaria que pueda construirse a priori mediante los conceptos lógico-categoriales* y a partir de un número finito de formas puras de axiomas? *¿Cuándo* es "*definido*" el grupo de formas de axiomas que define una forma de teoría? O bien: ¿Cuándo es una *multiplicidad "matemática" "definida" la forma de la esfera correspondiente de objetos?* Si se cumple esta condición, la forma en cuestión es una forma sistemática de ciencia "deductiva", "teórica-explicativa".

La *mathesis universalis* (equivalente ahora a la analítica lógica) es, *por razones a priori, un dominio de construcción universal;*

prescindiendo de los elementos operativos es, de todo a todo, un reino de configuraciones operativas cuya infinitud puede dominarse *a priori.* En su nivel más alto figuran las formas sistemáticas *deductivas* y *ninguna otra.* Precisamente por ello da una respuesta a la siguiente pregunta: ¿cuándo una ciencia o un grupo concluso de proposiciones científicas tiene una forma sistemática unitaria, construible matemáticamente según principios puramente analíticos (matemáticos)?

Hay que observar que sólo en cierto sentido corresponde esta cuestión a la analítica formal. De la llamada "ciencia", la analítica formal no sabe —ni lo sabemos nosotros hasta este momento— más que esto: "ciencia" significa cierto universo de proposiciones que de algún modo provienen de un trabajo teórico, en cuyo orden sistemático queda determinado cierto universo de objetos. Así, la lógica en cuanto analítica no se encuentra frente a *ninguna previa división de ciencias,* como la división usual entre ciencias concretas (descriptivas) y abstractas ("explicativas"), o cualquier otra división que pudiera proponerse. Por sí misma sólo puede llegar a conocer lo siguiente: una pluralidad o "multiplicidad" abierta de objetos, concebida con generalidad formal, puede ser pensada de modo formal, con *la* particular condición de que sea una multiplicidad matemática definida y de que las proposiciones concebidas como proposiciones válidas con generalidad formal tengan una forma sistemática constructiva (deductiva).

Al tratar de rebasar ampliamente el propósito de las *Logische Untersuchungen,* nuestro camino tiende a desarrollar intencionalmente la idea de una teoría de la ciencia; en él queda planteado aún un problema: más allá de una analítica que se sitúa como primer nivel de este desarrollo de la lógica, ¿qué se puede aún buscar *a priori* bajo el rubro de "ciencia", procediendo con una generalidad "formal" que ya no tenga el sentido de una generalidad analítica-formal?

§ 36. *Recapitulación de lo anterior e indicación de las tareas ulteriores*

Después de esta aclaración del contenido de los últimos parágrafos de los "Prolegómenos" (aclaración que, por cierto, fue también, en el último capítulo, ampliación y delimitación crítica), aún ahora, después de casi tres decenios, creo poder sustentar las doctrinas esenciales de los "Prolegómenos", que no han surtido aún todo su efecto. Pero también ha resultado evidente que, en cierto respecto, en nuestra actual investigación hemos adelantado un buen trecho; en efecto, en el capítulo I pudimos fundamentar la triple estratificación de la lógica, o la nueva división entre "lógica formal de la no contradicción" y "lógica formal de la verdad". Por otro lado, empero, en el capítulo citado, nos quedamos rezagados respecto de las *Logische Untersuchungen*; en efecto, tomando en cuenta sus resultados, nos vimos precisados a reconocer un nivel superior de problemas como tema de una disciplina de nivel superior y, sin embargo, aún lógica-formal ("analítica"): los problemas de la totalidad o de la "multiplicidad". Desde ahora podremos esperar que *también en este nivel supremo* podrá efectuarse *la estratificación entre no contradicción y verdad*, exactamente en el mismo sentido que antes fundamentamos detenidamente. Con todo, para ello tenemos que lograr los necesarios esclarecimientos preparatorios y tratar detenidamente el problema que constituía nuestro punto de partida: la *relación entre ontología y lógica de la significación.*