XXIII ABSTRACCIÓN Y GENERALIZACIÓN

> "Ahora está cabalmente demostrada la paradoja de que las mayores abstracciones son el arma verdadera con la que podemos controlar nuestro pensamiento acerca de los hechos concretos"
> —A N WHITEHEAD

§ 1 *Lo abstracto de la ciencia*

EL PENSAMIENTO, como tal, implica la abstracción Pensar acerca de una situación dada es considerarla como si estuviera desconectada, parcialmente cuando menos, de otras situaciones con las que en realidad está conectada Más aún, dentro de la propia situación dada sólo se atenderá a algunas de sus características, a saber, aquellas que son aparentemente pertinentes al problema que ocasiona el pensamiento Una comparación del proceso de ensoñación ociosa con el discurrir de la señora Nickleby, y de ambos con el pensamiento controlado respecto a un problema determinado, pone de manifiesto el elemento de abstracción que implica todo pensamiento Cada uno de estos procesos implica la abstracción, pero conforme pasamos del primero al tercero podemos discernir un aumento progresivo en la abstracción que requiere la creciente selectividad del pensamiento Pensar implica una selección, tanto analítica como sintética Hay análisis en la medida en que un carácter es separado de aquello con lo que en realidad está asociado, hay síntesis en la medida en que hay una combinación de caracteres que en realidad están disociados El pensador se encuentra, en cualquier momento dado, en una situación que es concreta en el sentido muy preciso de que ninguna *descripción comunicable* puede ser adecuada a ella en todos sus detalles Todo lo que puede ser comunicado es abstracto "Ser abstracto —dice el profesor Whitehead— es trascender las ocasiones concretas particulares de los acontecimientos reales"[1] La ocasión concreta particular es trascendida porque lo que es abstracto tiene pertinencia respecto de otras

[1] *Science and the modern world*, p 221 Estoy consciente de que, en este capítulo, mi deuda con el profesor Whitehead es mayor que de costumbre Pero es probable que no siempre lo haya entendido bien

ocasiones distintas de la ocasión dada Por ejemplo, un hombre sentado sobre una roca observa una gaviota a unos cuantos metros de distancia El hombre está situado dentro de una ocasión concreta particular, para usar la frase del profesor Whitehead Al estar sensorialmente consciente del color o de la forma de la gaviota, o de sus gritos agudos mientras espera que le echen más migajas, el hombre está viendo un matiz absolutamente específico de blanco y un matiz absolutamente específico de gris, está viendo una forma absolutamente específica y oyendo un sonido absolutamente específico No hay nombres para tales propiedades absolutamente específicas Asimismo, el lector de este libro puede estar sensorialmente consciente del color rojo de su encuadernación, de lo que está consciente es de un matiz absolutamente específico de rojo Pero él no vacilará en usar, correctamente, el nombre "rojo" para describir el color de otras superficies que, obviamente, no son del mismo idéntico color Así, pues, *rojo* no es una característica absolutamente específica, tampoco lo es *blanco*, ni ningún otro color para el cual tengamos un nombre [2] Pero la misma persona puede estar sensorialmente consciente del mismo matiz absolutamente específico de color en dos situaciones diferentes Así, el hombre que observa la gaviota puede notar una segunda gaviota, y es posible que esté sensorialmente consciente del *mismo* matiz específico de blancura en el cuello de cada una de ellas, aunque no pueda nombrar este matiz La ocasión particular, pues, es impertinente a lo que se significa por medio del "matiz absolutamente específico de blanco", puesto que éste puede estar dentro de más de una ocasión particular Es en este sentido que *el matiz absolutamente específico de blanco* es abstracto De manera similar, el matiz absolutamente específico de gris, el sonido absolutamente específico de los gritos de la gaviota, la forma absolutamente específica del ave particular desde la posición en que el hombre la está viendo, son abstractos El hombre no necesita estar consciente de que son abstractos, pero, puesto que puede estar consciente de que las mismas características absolutamente específicas de color, o de forma, o de sonido están presentes en diferentes ocasiones, se desprende de ello que estas características absolutamente específicas son abstractas De manera similar, características menos específicas —como, por ejemplo, *coloreado* en comparación con *rojo*— son abstractas Una característica, pues, debe contrastarse con cualesquiera ocasiones particulares dadas a las cuales pudiera ser pertinente, aunque estas ocasiones particulares no sean pertinentes al hecho de que ella sea lo que es El punto que nos interesa subrayar es que las características (que incluyen cualidades y relaciones) son abstractas en el sentido muy preciso de que son lo que son independientemente de las ocasiones

[2] *Cf* E M Whetnall, "Symbol Situations" en: *Proc Arist Soc*, N S, xxix, pp 214 216, y G E Moore, *Proc Arist Soc*, *Supplementary Volume* iii, p 102

particulares en que puedan estar presentes Es esta impertinencia de la ocasión particular respecto de la característica lo que hace posible que cualquier característica simple sea predicada acerca de más de una cosa

Estas consideraciones ponen de manifiesto claramente la distinción fundamental entre la relación de *rojo* y *coloreado* y la relación de *rojo* con *este dato sensorial azul* El matiz absolutamente específico de rojo, que vemos si miramos la encuadernación de este libro, es determinado pero no es particular El dato sensorial es un particular, no puede repetirse, aunque el mismo matiz absolutamente específico de rojo sí puede repetirse Así, pues, ser particular y ser determinado son cosas bien diferentes Esta diferencia ha sido oscurecida algunas veces por el hábito corriente de hablar de un matiz específico de rojo como de *un caso* de un matiz menos específico, y también del dato sensorial como de *un caso* del más específico matiz de rojo que caracteriza al dato sensorial Este uso doble de "caso de" es desafortunado La confusión se ve más estimulada por la falta de reconocimiento de que la relación de los miembros de una clase con los miembros de una sub-clase es muy diferente de la relación de una característica menos específica con una más específica Por esta razón, las expresiones de Johnson "determinable" y "determinado" son convenientes Si adoptamos esta fraseología, diremos que las características son más, o menos, determinadas, en tanto que las clases serán más amplias o más estrechas Un conjunto de objetos debe ser considerado como una clase cuando cada uno de ellos posea cierta característica o conjunto de características más o menos determinadas El número de objetos contenidos en el conjunto no depende, en modo alguno, de la naturaleza de la característica determinada que constituya este conjunto en una clase [8]

De lo que hemos venido diciendo se desprende que la agrupación en clase y la clasificación implican la abstracción *Cuervo, ave, mesa, arbusto,* etcétera, son lo que son independientemente de cualquier particular que sea un cuervo, o una mesa, etcétera Es por esta razón que es imposible *deducir,* a partir de las características definidoras de "cuervo", el número de cuervos que han sido, son y serán Así, pues, al agrupar en una clase un objeto presentado como un *cuervo* quedan implicados la desconexión de la ocasión particular y la aprehensión de la pertinencia respecto de otras ocasiones En la clasificación de *cuervo* están comprendidas las relaciones con otras clases Las relaciones ordenadas de las clases que constituyen la clasificación implican proposiciones tales como *Los cuervos son aves* Ésta es una proposición general Hemos visto ya que una tal proposición expresa una relación entre caracteres De aquí que la generalidad implique una abstracción En consecuencia, la ciencia toma nota de las ocasiones particulares sólo a fin de verificar proposiciones generales En la medida

[8] Véase W E J, parte I, capítulo XI

en que la historia tenga que ver con ocasiones particulares dadas, no es ciencia La historia implica abstracción, pues todo lo que puede ser comunicado es abstracto Pero podría decirse, en cierto sentido, que el historiador cuyo interés radica en lo que *ha sucedido* rehuye esta abstracción inevitable por medio de una descripción que acumula detalles de modo que sea pertinente a una sola ocasión Así, pues, la historia es la forma de conocimiento menos abstracta Una ciencia en la etapa clasificadora entraña, como hemos visto, abstracciones que son expresables en proposiciones generales Los constituyentes de tales proposiciones pueden considerarse constituyentes *materiales* en virtud de que los caracteres relacionados son dados en la experiencia sensorial Cuando hay abstracción completa a partir de todos los constituyentes materiales, la proposición es completamente formal Es formal porque su significación es enteramente independiente de cualquier referencia a lo que es dado en la experiencia

A medida que la abstracción se hace más completa, alcanzando así una mayor desconexión de cualquier conjunto de ocasiones particulares, el método de la ciencia pasa de la clasificación a la investigación causal, y de la investigación causal a la medición En las matemáticas se logra la abstracción más completa, que implica la desconexión completa de *cualesquiera* ocasiones particulares Se desprende de ello que en ninguna proposición matemática hay implicada referencia alguna al mundo real Las consecuencias de esta desconexión completa de lo que es real en la determinación de la naturaleza de las matemáticas, la examinaremos en el último párrafo de este capítulo Aquí basta señalar que la distinción fundamental entre las matemáticas, por una parte, y todas las demás ciencias, por la otra, se debe al hecho de que sólo en las matemáticas es completa la abstracción Las ciencias en que la clasificación desempeña un papel importante se encuentran en el otro extremo ellas han logrado las abstracciones menos completas El que esto sea así es un resultado de la naturaleza del tema de estudio de las ciencias sociales y biológicas Una ciencia referente a los procesos históricos, al desarrollo y la decadencia, a los organismos vivientes, no puede estar completamente desconectada de las ocasiones particulares en que estos procesos son ejemplificados Se desprende de ello que en estas ciencias debe haber departamentos a los que son inapropiadas las concepciones específicamente matemáticas

§ 2 *El método de la abstracción extensiva*

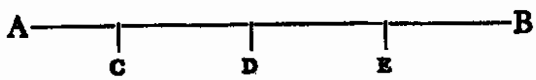
En el capítulo XVIII vimos que el científico, al intentar hacer inteligibles los cambios comprendidos en el suceso total *carne cruda que se quema hasta carbonizarse*, se veía obligado a dividir dicho acontecimiento en fragmentos cada vez más pequeños y en duraciones de tiempo más y más pequeñas, y a conectar estos cambios cualitativos con variaciones en la organización espacio-temporal Señalamos que este procedimiento concuerda con lo que el profesor Whitehead ha llamado el principio de convergencia en la simplicidad con disminución de extensión Ahora tenemos que considerar más detalladamente qué es este principio y cómo puede ser aplicado a fin de exhibir la conexión entre las abstracciones con las que termina la ciencia y los hechos sensoriales con los que comienza Este problema tiene gran importancia en el examen del método científico La dificultad consiste en ver cómo las concepciones exactas producidas por las abstracciones matemáticas pueden aplicarse a los objetos perceptibles del mundo sensorial El que su conexión requiera ser exhibida en detalle se desprende del hecho de que aquello de lo cual somos sensorialmente conscientes siempre tiene *algún* volumen, no importa cuán pequeño sea, y alguna *duración*, no importa cuán breve sea, mientras que la aplicación de las matemáticas para explicar las conexiones de los acontecimientos sensoriales implica el uso de *puntos*, que no tienen tamaño, y de *momentos*, que no tienen duraciones Además, la construcción con la que el científico termina (que algunas veces llamamos el mundo del físico) tiene una nitidez y un orden muy distintos del mundo desordenado y multiforme del sentido común Con todo, puesto que la ciencia se desarrolla partiendo del mundo del sentido común y vuelve a él, debe haber una conexión precisa entre el "mundo nítido, ajustado y ordenado que es la meta de la ciencia"[4] y el mundo fragmentario y desordenado del sentido común El profesor Whitehead ha mostrado detalladamente que el principio de convergencia en la simplicidad nos proporciona un método para efectuar esta conexión Lo llama el método de la abstracción extensiva. Una exposición detallada de este método necesitaría un adentramiento en la lógica matemática mayor que el que es posible en un libro elemental Pero podemos indicar aproximadamente la naturaleza del método y sugerir su importancia para la ciencia

Debemos tener en mente, de manera firme, cuál es precisamente la naturaleza del problema para cuya solución se requiere el método de la abstracción extensiva El problema consiste en exhibir conceptos matemáticos —por ejemplo, puntos, instantes, partículas, configuraciones momentáneas, etcétera— como funciones lógicas de lo que se da en sentido Hemos visto que en la disminución progresiva de extensión que ha de producir relaciones de la simplicidad lógica requerida por el científico, llegamos finalmente a puntos y momentos Limitémonos, por ahora, al problema de los puntos El hombre ordinario, aparte su habilidad para citar la definición de un punto de Euclides sin entenderla, probablemente considera que un punto es el límite de una línea o de un área Él está familiarizado con la noción de distancia tal como se usa cotidianamente Está consciente, por ejemplo, de que la mesa y la puerta se encuentran a distancias sensoriales de la chimenea Pero si se le preguntara cuál es precisamente la distancia de la mesa a la chimenea, podría reconocer que la respuesta depende de que se mida desde *cualquier* parte de la mesa o desde el

[4] Véase WHITEHEAD, *Proc Arist Soc*, N S, XVII, p 61

punto central de ésta; lo mismo con la chimenea Si él fuera a *medir* la distancia, tomaría la distancia entre dos *puntos* dados Este punto sería una pequeña área en contacto con una regla de medir Esta medición sería, claramente, sólo aproximada Así, pues, la noción de las distancias sensoriales es vaga, pero mientras más pequeños sean los objetos considerados, menos inexacta será la noción de la distancia entre ellos Pero no importa cuán pequeños puedan ser los objetos, siempre tendrán algún tamaño El hombre ordinario, que sabe que los puntos no tienen magnitud, se da por satisfecho con la concepción de que un punto es un límite, a saber, el límite de una línea que se dice termina en el punto Pero nunca estamos sensorialmente conscientes del punto Si dividimos una línea en líneas más y más pequeñas, cada línea tendrá una longitud, no importa cuán pequeña sea, será *parte* de la línea Una línea puede fragmentarse en un número finito de líneas más pequeñas Pero, como estaría dispuesto a admitirlo el hombre ordinario, hay un número infinito de puntos en una línea Un punto no puede concebirse como una línea infinitesimal, es algo de una clase diferente, y no es una *parte* de la línea en el mismo sentido en que las líneas más pequeñas en que se divide la línea son *partes* de ésta

Ahora debemos considerar la relación del *todo-con-la-parte* Ésta es una relación temporal o espacial Se aprehende directamente Así podemos ver que el espacio entre el primero y el último renglón en esta página es una parte de la página entera El tiempo que se invierte en la lectura de un párrafo es una parte del tiempo que se invierte en la lectura de ese párrafo y del siguiente, siempre y cuando que los dos párrafos se lean en forma continua O, asimismo, un día en la vida de una persona es una parte de todo el tiempo que la persona vive Así, pues, no hay dificultad para aprehender lo que significa la relación del *todo-con-la-parte* Ahora tenemos que considerar las propiedades lógicas de esta relación Consideremos una línea AB dividida en partes en C, D y E



Las partes AC, CD, DE, EB juntas constituyen el todo de AB También AC es una parte de AD, AD es una parte de AE, AE es una parte de AB Es claro que esta relación del todo-con-la-parte es transitiva y asimétrica Podemos observar que si A es una parte de X implica que X no es una parte de A (o sea, que la relación es asimétrica), entonces se dice que A es una "parte propia" de X. En este sentido de "parte", A no puede ser una parte de sí misma

Ahora vimos que un punto —en AB, por ejemplo— no es una parte de AB en el sentido en que AC es una parte Pero es posible definir un punto en términos de la relación del *todo-con-la-parte* con siderando que ésta rige entre volúmenes Para este fin, tomemos un conjunto de volúmenes, uno de los cuales está encerrado por todos los demás miembros del conjunto El profesor Whitehead usa la ilustración de un nido de cajas chinas Supongamos, por ejemplo, que estas cajas son esféricas Entonces tenemos un conjunto de esferas concéntricas Al abrir el conjunto de cajas encontramos que cada caja es más pequeña que la anterior y más grande que la siguiente Pronto llegamos a la caja *más pequeña*, y esta caja es un volumen No importa cuán pequeña pueda ser la caja más pequeña, siempre es un volumen, a saber, una esfera Ello no obstante, la consideración de estas esferas concéntricas nos ayudará a alcanzar una concepción más clara de un punto Diremos que una esfera más grande *encierra* una esfera más pequeña Esta relación de *encerramiento* es una relación del *todo-con-la-parte* Es (i) transitiva, (ii) asimétrica Ahora supongamos que el conjunto de esferas contiene, a medida que progresamos más y más hacia su fin más pequeño, una esfera tan pequeña como deseemos Entonces tenemos una tercera propiedad de la relación de *encerramiento*, a saber, (iii) su dominio incluye su dominio converso Si simbolizamos *encierra* por E, y las esferas por *a*, *b*, *c*, respectivamente, entonces estas tres propiedades pueden expresarse formalmente de la siguiente manera: (i) aEb y bEc siempre implican aFc, (ii) aEb siempre implica $no(b\text{E}a)$, (iii) aEb siempre implica que hay una c tal que bEc

En nuestra ilustración, el conjunto de volúmenes eran esferas; igualmente podrían haber sido cubos, o esferas y cubos alternados, de modo que una esfera encierra un cubo que encierra una esfera que encierra un cubo, y así sucesivamente Las relaciones lógicas serían exactamente las mismas en estos dos casos como en el primero Por lo tanto, encontraremos que es conveniente no especificar los volúmenes como esferas, y, en consonancia con esto, hablaremos de cualquier conjunto tal de volúmenes como de un conjunto de *volúmenes de encerramiento* Ahora bien, un conjunto de volúmenes de encerramiento relacionados por una relación de *encerramiento* que tenga las tres propiedades antes mencionadas, es de tal índole que (1) de cualesquiera dos de sus miembros, uno encierra al otro, y (2) ningún miembro es encerrado por todos los demás, y (3) no hay ningún miembro no miembro del conjunto que esté encerrado por cada miembro del conjunto A medida que progresamos descendiendo por estos volúmenes de encerramiento, nos aproximamos a un volumen tan pequeño como deseemos Es decir, convergemos en una simplicidad ideal en cualquier grado de aproximación que deseemos El profesor Whitehead da a semejante conjunto de volúmenes de encerramiento el nombre de "conjunto convergente" En ningún caso llegamos a un volumen tal que ningún volumen pueda ser menor En otras palabras, no llegamos a un *mínimo absoluto* Pero esto es lo que necesitamos si es que un punto no ha de tener partes ni magnitud No puede haber dudas de que la definición de Euclides expresó la idea general de un punto, aunque él no dijo cómo es posible semejante idea Ahora bien, si consideramos las tres propiedades del conjunto de volúmenes de encerramiento, vemos que este conjunto es una ruta de aproximación a un punto; él *converge en un punto* en virtud de estas tres propiedades Las relaciones de estos volúmenes de encerramiento tienen todas las propiedades lógicas que se requieren de los puntos para su uso en las matemáticas Por lo tanto, llegamos a una definición provisional de un punto como una serie de volúmenes de los cuales se puede decir comúnmente que convergen en un punto Esta definición ciertamente parece extraña a primera vista y requiere un mayor examen Pero primero es necesario mostrar que esta definición no es del todo correcta y debe ser enmendada

Hemos visto que nuestro conjunto de volúmenes de encerramiento podría estar formado por esferas o por esferas y cubos alternados Cualquier conjunto de ese tipo será un conjunto convergente que proporciona una ruta de aproximación Pero no podemos definir un punto en términos de una ruta más bien que de otra Considérese, por ejemplo, un conjunto de cubos y esferas concéntricos alternados Llamemos al conjunto que consiste únicamente en cubos, el conjunto C, y al conjunto que consiste únicamente en esferas, el conjunto S Entonces cada miembro de C encerrará algunos miembros de S, y cada miembro de S encerrará algunos miembros de C De tales conjuntos se dice que se *cubren* el uno al otro y que son *iguales* Es claro que estos conjuntos convergen en el mismo punto No podemos, por lo tanto, definir un punto en términos de uno de los conjuntos más bien que del otro Así, pues, debemos formular la definición de modo que sea neutral entre ellos Esto se hace de la siguiente manera Representemos cualquier conjunto convergente de volúmenes de encerramiento por σ; entonces, el punto hacia el cual σ es una ruta de aproximación puede ser definido como la clase de todos los volúmenes de encerramiento pertenecientes ya sea a σ o a cualquier conjunto convergente igual a σ Así, finalmente, enmendamos la definición provisional ofrecida anteriormente y llegamos a la definición requerida, a saber, un punto es *la clase de todos los volumenes de encerramiento que convergen en un punto* El punto así definido tiene las propiedades requeridas por los matemáticos Es importante comprender que, aunque el conjunto convergente no converge en nada, las expresiones cuantitativas de los volúmenes de encerramiento sí convergen en un límite [5] De tal suerte, el conjunto indica la simplicidad ideal que se requiere de un punto, aunque esta simplicidad no se encuentre en ningún miembro del conjunto convergente El hecho de que la relación de encerramiento determina este carácter intrínseco simple, revela la significación y el significado preciso del principio de convergencia en la simplicidad por medio de la disminución de la extensión

Al estudiante puede ocurrírsele plantear dos dificultades en cone-

[5] Véase WHITEHEAD, *Concept of nature*, pp 80 81

xión con esta definición Se ha objetado que la definición es circular La mayoría de los estudiantes que se encuentran con esta definición por primera vez tienden a concurrir en esta objeción La segunda dificultad es que los puntos no *parecen* ser en modo alguno una clase de volúmenes, no importa cómo se definan las relaciones entre estos volúmenes Consideraremos estas dificultades en orden

La definición *parece* ser circular porque la palabra "punto" aparece en la expresión definidora Pero debemos observar que la expresión "convergen en un punto" debe tomarse como un todo Ahora bien, *converger en un punto* fue definida en términos de conjuntos convergentes, y esta definición no hizo ningún uso de *punto*, fue definida enteramente en términos de la relación de volúmenes de encerramiento Siendo esto así, es del todo correcto definir "punto" en términos de "converger en un punto" No hay circularidad Esto puede mostrarse más claramente si consideramos que hay conjuntos de volúmenes de encerramiento que no convergen en un punto Considérese, por ejemplo, una caja rectangular Supongamos que su altura sea *h*, su ancho *b* y su profundidad *d* Si mantenemos *h* y *b* constantes y hacemos que el plano central perpendicular a *d* sea fijo, y entonces disminuimos *d* continua e indefinidamente, tenemos entonces un conjunto de cajas convergentes en un plano central Tal conjunto no será suficiente para definir un punto Ahora bien, es claro que sensorialmente percibimos los volúmenes que tienen tales relaciones como el conjunto convergente que define un punto, y los volúmenes que tienen tales relaciones como el conjunto convergente que define un plano También percibimos sensorialmente la diferencia entre estos dos tipos de convergencia, que podríamos expresar naturalmente diciendo que el primer conjunto converge en un punto, mientras que el segundo no Pero *no* percibimos sensorialmente los puntos Si así fuera, no habría necesidad de definir un punto por medio del método de la abstracción extensiva Por lo tanto, lo que *significa* "converger en un punto" no puede implicar la noción de un *punto* Así, pues, la definición no es circular

La segunda dificultad antes mencionada es más importante y plantea el problema de la significación de la abstracción extensiva Lo que nos proponíamos al definir un punto era definir un punto *tal como se usa en la geometría*, pues un punto es una concepción geométrica Ahora bien, los puntos se usan en la geometría para definir una relación única entre cualquier par de puntos, a saber, la línea recta que une los puntos Esta relación tiene ciertas propiedades formales muy simples Ahora bien, si la definición produce esta relación, entonces el punto ha sido definido de tal modo que tiene las propiedades requeridas Éste es el caso No importa que un punto demuestre ser una estructura complicada, siempre y cuando que sus relaciones lógicas sean simples y tengan las propiedades formales necesarias Es claro que lo que un punto *parecía* ser era muy vago La afirmación más clara que podíamos hacer acerca del punto sin la ayuda del método de la abstracción extensiva, consistía en que éste era un *límite* de líneas, áreas o volúmenes La definición derivada del método de la abstracción extensiva muestra que esta afirmación era sólo una aproximación En otras palabras, ahora vemos qué significaba *exactamente* cuando se decía que un punto es un *límite ideal* La definición aclara también en qué sentido precisamente puede decirse que un volumen o un área consisten en un conjunto de puntos Ella explica cómo es que un punto no es una *parte* de un área o de un volumen y, sin embargo, está contenido en un área o en un volumen La complejidad de su estructura interna es impertinente Todo lo que importa en la deducción son las propiedades formales, o lógicas, de los términos que entran en la deducción, la *naturaleza* del término mismo no tiene pertinencia

Los *momentos* no pueden definirse por medio del mismo método En lugar de volúmenes, tenemos duraciones Se dirá que una duración se *extiende sobre* otra duración si la segunda es una parte propia de la primera Esta relación de *extensión* tiene las mismas propiedades formales que el *encerramiento* Usaremos la expresión "duraciones extensivas" análogamente a "volúmenes de encerramiento" Requerimos un conjunto de duraciones extensivas tal que (1) de cualesquiera dos miembros del conjunto, uno se extienda sobre el otro, y (2) no haya duración sobre la cual se extienda todo miembro del conjunto Hay ciertas dificultades técnicas que conciernen a las diferentes rutas de aproximación al mismo momento No podemos examinarlas aquí Debemos contentarnos con afirmar que estas dificultades han sido superadas, de modo que "converger en el mismo momento" puede definirse análogamente a "converger en el mismo punto" Entonces obtenemos la definición requerida, a saber, *Un momento es la clase de todos los conjuntos convergentes que convergen en el mismo momento* [6]

No debe suponerse que el método de la abstracción extensiva está limitado a lo que tiene la relación de *la parte-con-el-todo* Por el contrario, se la utiliza frecuentemente en la teoría del número Así, un número irracional, por ejemplo, $\sqrt{2}$, puede definirse en esta forma De tal suerte, $\sqrt{2}$ *es la serie de todos los números racionales cuyos cuadrados son menos de* 2 [7] No es necesario, para nuestro propósito, examinar esta definición Los ejemplos que hemos dado bastan para indicar la naturaleza del método, en la medida en que eso es posible sin los detalles técnicos que serían inapropiados en un libro de esta clase

El problema que tenemos que considerar ahora es el valor de este método Su valor consiste en mostrar cómo es posible proceder del mundo del sentido común al mundo del físico y volver al primero

[6] Para un examen detallado, véase WHITEHEAD, *Concept of nature*, capítulo III; y *cf* N WIENER, "A contribution to the theory of relative position" (*Proc Camb Phil Soc*, XVII, 5)

[7] Para un examen de esta definición, véase C D BROAD, *Scientific thought*, pp 39 44

Así, el profesor Whitehead, refiriéndose a la definición extensiva de un momento, dice: "La dificultad consiste en expresar nuestro significado en términos de la expresión inmediata de la conciencia sensorial, y yo ofrezco la susodicha explicación como una solución completa del problema" [8]

Es sumamente importante recordar que la física es una ciencia empírica que ha tenido un extraordinario buen éxito en la elaboración de descripciones constructivas que guían la experimentación y permiten predecir lo que será observable bajo ciertas condiciones Este buen éxito de la física al tratar el mundo sensorial es inexplicable *a menos que* tales expresiones como "punto", "línea", "momento", "espacio instantáneo", "configuraciones momentáneas" *puedan* ser expresadas en términos de lo que es sensorial Para este fin es necesario *exhibir en detalle* cómo el mundo exacto y ordenado del físico está conectados al mundo que se nos da en la experiencia sensorial No hay ninesto es demostrar la aplicabilidad de los sistemas deductivos abstractos al mundo que se nos da en la expereincia sensorial No hay ninguna necesidad que se pueda encontrar dentro del propio sistema abstracto que garantice su aplicabilidad El valor del método de la abs tracción extensiva puede medirse por el hecho de que tal método muestra *cómo* pueden aplicarse los sistemas deductivos abstractos al mundo presentado en los sentidos De aquí su importancia para el estudiante del método científico

§ 3 *La abstracción y la navaja de Occam*

En este párrafo trataremos una cuestión que es estrictamente filosófica más bien que lógica Ello no obstante, el estudiante de lógica puede considerarla provechosamente, puesto que ella indica la impor tancia del *método lógico* para la solución de los problemas filosóficos Además, esta cuestión plantea un problema que probablemente se le haya ocurrido al estudiante mientras leía el párrafo anterior La cuestión es: ¿Existen los *puntos, momentos, números irracionales,* etcétera? Será suficiente, para nuestro propósito, considerar el caso de los puntos, puesto que lo que se dice acerca de ellos será aplicable, *mutatis mutandis*, a otras entidades definidas por medio de la abstracción extensiva

La manera más sencilla de responder a esta pregunta consistirá en determinar qué *clase* de entidad se supone que es un punto si no es necesario que sea definida por medio de la abstracción extensiva Considérese, por ejemplo, la posición que adopta en relación con la naturaleza de los puntos un filósofo que acepta una teoría del espacio absoluto Él considerará un punto como un particular, o individuo, de la *misma clase* que un volumen finito, por ejemplo, una caja china, diferente de ella sólo porque es imperceptible Pero esta diferencia

[8] *Op. cit*, p 62

es muy difícil de entender. El punto, según esta concepción, será imperceptible no sólo porque es muy pequeño, sino también porque es inextenso y totalmente disímil de cualquier cosa que *podamos* percibir Por lo tanto, *lo que* es, así como su existencia, sigue siendo hipotético En consecuencia, muchos filósofos se han negado a admitir que los puntos existan La dificultad de negar la existencia de los puntos consiste en que tal posición hace inconcebible el buen *éxito* de la física que usa puntos en la formación de descripciones constructivas de lo que es perceptible Ahora tenemos que preguntarnos si la definición de los puntos obtenida por medio del método de la abstracción extensiva, que —como ya hemos visto— resuelve esta dificultad, justifica la afirmación de que los puntos existen Antes de intentar responder a esta pregunta debemos considerar una manera alternativa de tratar el problema, favorecida por Russell.

Se concede que los puntos pueden ser *definidos* por medio de la abstracción extensiva Supongamos, ahora, que los puntos *existen* Ellos tendrán las propiedades establecidas en la definición, puesto que la definición fue construida para asegurar esas propiedades Supongamos, asimismo, que los puntos no existen Entonces la definición nos proporciona el *mismo conjunto de propiedades lógicas* Según cualquiera de las dos hipótesis, entonces, la definición produce todo aquello por lo cual las matemáticas requieren los puntos Por lo tanto, ningún razonamiento en el que entre un punto sería invalidado si no hubiese puntos Lo *más seguro*, pues, sería ni afirmar ni negar que los puntos existen, y no ganaremos ninguna ventaja *suponiendo* su existencia Parece razonable, se propugna, abstenerse de hacer ninguna afirmación

Este procedimiento cauteloso está de acuerdo con una máxima consagrada por el tiempo, atribuida por lo común, pero erróneamente, a Guillermo de Occam, a quien debe su nombre la "navaja de Occam" La máxima es *Las entidades no deben ser multiplicadas sin necesidad* Tal cual está formulado, este consejo no es de mucha utilidad Todo depende de cómo se interprete "sin necesidad" En algunos casos no es fácil, ni mucho menos, determinar si una *entidad* es o no es *necesaria* En el caso particular que está bajo consideración, se admite que los puntos, en cierto sentido, son necesarios La renuencia a admitir su existencia se deriva de un deseo de no admitir nada excepto lo que es observable Es de suponerse que, por esta razón, Russell sea afecto a llamar a las entidades tales como los puntos "ficciones convenientes" Pero, ¿qué es una *ficción?* Es algo inventado o hecho por alguien y que no corresponde a nada Pero en ese caso, como sugiere el profesor Whitehead, es difícil ver cómo pueden tener las ficciones utilidad alguna en la ciencia

Ahora podemos retornar a la consideración de la respuesta que el método de la abstracción extensiva nos permite dar a esta cuestión En la exposición de este método en el párrafo anterior, consideramos el ejemplo de un *punto* en el espacio intemporal de la física, puesto que este ejemplo es el más fácil de tratar en una forma elemental

La propia exposición del profesor Whitehead comienza con una *partícula*, que es tetradimensional y menos abstracta que un punto de espacio o un instante de tiempo Pero el método es exactamente el mismo en todos estos casos, y, con ciertos refinamientos de detalle técnico, que no tenemos por qué entrar a examinar, se puede dar la misma respuesta en cada caso La respuesta a nuestra cuestión es que los puntos sí existen, pero que no son simples particulares, como han supuesto los creyentes en el espacio absoluto, sino estructuras complejas El conjunto de volúmenes convergentes que sirven para *definir* un punto, ciertamente existen en la naturaleza y guardan las relaciones requeridas Se desprende de ello que, puesto que los puntos son *clases* de tales volúmenes, ellos existen en el sentido de que estas clases tienen miembros que son acontecimientos particulares realmente existentes en la naturaleza Es claro que los puntos no son entidades del mismo *tipo* que los volúmenes, puesto que estos son acontecimientos particulares; sin embargo, los puntos no son *ficciones* en ningún sentido Puede decirse que son *estructuras convenientes*, con la estipulación de que tales estructuras se encuentran en la naturaleza El profesor Whitehead no inventó ni creó los puntos; mostró cómo pueden ser *construidos*, y al hacerlo descubrió qué es exactamente un punto Otros matemáticos se habían acercado a este descubrimiento, pero no lo habían logrado cabalmente Fracasaron en su empresa del mismo modo que Américo Vespucio fracasó en su empresa de descubrir a América En esta ilustración, el profesor Whitehead desempeña el papel de Colón El *punto* que él descubrió reveló no ser el particular simple que se había supuesto, sino una estructura compleja

Russell ha utilizado extensamente la navaja de Occam para amputar no sólo los puntos que se consideran como particulares simples —cuya existencia ciertamente no es *necesario* suponer—, sino también las clases, las mesas y las sillas de la vida cotidiana, el yo y la mayoría de las cosas cuya existencia el hombre ordinario supone sin vacilar Aquí sólo podemos considerar su tratamiento de las clases En el capítulo IX vimos que Russell define una clase como la extensión de una función proposicional Una clase, pues, ha de considerarse como el conjunto de individuos que satisfacen la función proposicional que define a la clase Russell llega a la doble conclusión de que una clase es un expediente simbólico conveniente y también una ficción conveniente Suponer que hay una clase por encima y más arriba del conjunto de individuos es incurrir en el mismo absurdo del filósofo chino Debe observarse, sin embargo, que los individuos del conjunto se distinguen como "miembros de *esta* clase" por medio de la propiedad definidora dada en la función proposicional Así, Φx *define* la clase de miembros que satisface la función $\Phi \hat{x}$ Si la clase es la clase de las *cosas rojas*, entonces Φx significa "x es roja", y el conjunto de individuos que satisface "x es roja" es la clase en cuestión Ahora bien, *este conjunto* no es una ficción ni es *rojo* Por lo tanto, no parece haber buenas razones para suponer que la clase sea una *ficción*