

XVIII DETERMINACIÓN CAUSAL DEDUCTIVA Y ANALISIS FUNCIONAL

“Existe una tradición de oposición entre los partidarios de la inducción y los de la deducción. A mi juicio, sería igualmente razonable que los dos extremos de un gusano se pelearan”

—A. N. WHITEHEAD

§ 1 *El análisis de los efectos complejos*

Los modos de la determinación causal examinados en el último capítulo son apropiados a la investigación de la causa de un efecto considerada como un solo factor, por ejemplo la cuarteadura de un vaso, la aparición de microorganismos en un líquido. Aunque tales efectos pueden ser ulteriormente analizables en sus factores constituyentes, tal análisis no se requiere para el propósito de la investigación dada. Lo que se buscaba era una ocurrencia X relacionada de tal modo con la ocurrencia dada A que, siempre que X ocurría, A ocurría. Tenemos que considerar ahora el caso de los efectos que se reconoce son resultantes de la combinación de dos o más causas. Debemos distinguir entre la *combinación de causas* y la *pluralidad de causas*. Lo segundo, como hemos visto, significa que el mismo efecto es en una ocasión el efecto de X_1 y en otra ocasión el efecto de X_2 , y así sucesivamente. Cuando dos causas están combinadas, no puede decirse con propiedad que ninguna de ellas sola es la causa del efecto dado, puesto que ambas son necesarias para su ocurrencia. El efecto es, pues, complejo. Tales efectos pueden ser de dos clases. Dos causas X , Y pueden combinarse al producir un efecto de tipo similar al efecto que X sola o Y sola habría producido. Por ejemplo, el efecto combinado de colocar una caja de cartón y algunos bombones en el platillo de una balanza es de tipo similar al efecto que produciría la colocación de la caja sola. El efecto combinado de golpear una bola de billar simultáneamente con otras dos bolas es de tipo similar al efecto que se habría producido al golpearla con una sola de ellas. Se dice que tales efectos complejos son *homogéneos*. Mill, que describió tales casos con el nombre de “entremezcla homogénea de efectos”, habló de la “composición de las causas”. Los fenómenos in-

cánicos constituyen los ejemplos más notables, por ejemplo el teorema de la adición de velocidades empleado en la mecánica clásica. Así, un hombre que camina dentro de un tren que viaja a 90 kilómetros por hora, recorre una distancia compuesta por su propia velocidad y la del tren. En la segunda clase de casos el efecto combinado no es de tipo similar al efecto de las dos causas cuando obran separadamente. Por ejemplo, la combinación del gas cloro y el metal sodio es la sal común, o cloruro de sodio. A tal efecto le dio Mill el nombre de "heteropático". Los compuestos químicos constituyen los ejemplos más obvios.

Mill distinguió estrictamente entre los métodos que se requieren para tratar los efectos combinados y para tratar los efectos simples. Supuso que los segundos eran susceptibles de tratamiento por medio de la sola inducción, para los primeros, creía necesario recurrir a la deducción a fin de "desentrañar" su complejidad. Pero concibió erróneamente el papel que desempeñan el razonamiento inductivo y el deductivo, y supuso una distinción absoluta entre los efectos simples y los compuestos, que es en realidad insostenible. La distinción importante entre los efectos homogéneos y los heteropáticos consiste en que los primeros pueden ser deducidos del conocimiento de los efectos separados, mientras que los segundos no. Ningún conocimiento de las propiedades del oxígeno *solamente*, ni de las propiedades del hidrógeno *solamente*, nos permitiría deducir que su combinación *bajo ciertas condiciones* produciría un compuesto químico con las propiedades conocidas como *agua*. Por esta razón tales propiedades reciben a menudo el nombre de *emergentes*. Pero la posibilidad de la deducción en un caso y su imposibilidad en el otro pueden ser tan sólo el resultado de nuestra ignorancia. La falta de claridad del propio Mill en este caso queda mostrada por el hecho de que él habla del oxígeno y del hidrógeno como *la causa* del agua. Pero el oxígeno y el hidrógeno pueden ser mezclados en un recipiente y el compuesto resultante tendrá tanto las propiedades del oxígeno como las del hidrógeno. Para que se produzca agua es necesario que el compuesto sea avivado de un modo u otro. El hecho de que la sustancia química compuesta *agua pura* pueda ser analizada sin residuo en sus dos elementos *oxígeno e hidrógeno*, no justifica que digamos que estos dos elementos son *la causa* del agua en ningún sentido corriente de la palabra "causa". El propio Mill reconoció que la relación entre el agua y sus componentes químicos, H_2O , es diferente de la relación, pongamos por caso, entre *recibir un balazo en el corazón y morir*, puesto que la primera es una relación recíproca, de modo que, como lo expresa Mill, el efecto y su causa son "mutuamente convertibles entre sí" ¹.

Ahora tenemos que considerar la investigación de una situación compleja cuyo análisis ha sido llevado ya tan lejos que sabemos que ciertos factores en la ocurrencia-causal determinan ciertos factores

¹ *Logic*, libro III, capítulo x, § 4

en la ocurrencia-efecto Dado que en tal situación descubrimos un factor residual en la ocurrencia-efecto, buscamos su causa, si el factor residual está en la ocurrencia-causal, buscamos su efecto Un "factor residual" es un factor que todavía no se ha tomado en cuenta en una situación que es bastante bien comprendida Herschel expresó con mucha claridad este modo de procedimiento y su importancia en el descubrimiento científico

"Los fenómenos complicados, en los que operan al mismo tiempo varias causas que concurren, se oponen o son completamente independientes entre sí, de tal manera que se produzca un efecto compuesto, pueden simplificarse mediante la sustracción del efecto de todas las causas conocidas hasta donde lo permita la naturaleza del caso, ya sea por medio del razonamiento deductivo o recurriendo a la experiencia, y dejando, por decirlo así, un *fenómeno residual* que queda por explicar Principalmente por medio de este proceso, en realidad, la ciencia adelanta en su actual estado avanzado La mayor parte de los fenómenos que la naturaleza presenta son muy complicados; y cuando los efectos de todas las causas conocidas se estiman con exactitud y se sustraen los hechos residuales aparecen constantemente en forma de fenómenos completamente nuevos y que conducen a las más importantes conclusiones"²

El ejemplo más famoso y más sencillo de este modo de determinación causal lo constituye el descubrimiento del planeta Neptuno como la causa de un factor residual inexplicado en la órbita de Urano El planeta *Urano* había sido descubierto por Herschel en 1781 Posteriormente se encontró que *Urano* en realidad había sido observado antes, pero se le había tomado erróneamente por una estrella Por referencia a estas observaciones anteriores fue posible determinar su órbita, aunque su periodo de revolución es de ochenta y cuatro años Pero la órbita calculada no concordaba con las posiciones observadas Debe advertirse que la órbita de un planeta está determinada por los demás cuerpos en el sistema solar Newton había mostrado, dados esos cuerpos y sus posiciones y movimientos en cualquier momento, cómo deducir por medio del cálculo matemático sus posiciones y movimientos en cualquier otro momento Cuando se la calculaba así, los factores conocidos no podían explicar la órbita de *Urano* Así, pues, para decirlo en palabras de Sir Robert Ball, "resultaba perfectamente obvio que debía de haber alguna otra influencia en operación además de la que se podía atribuir a los planetas ya conocidos". Añade Ball "Los astrónomos sólo podían reconocer una solución de tal dificultad" Debía de haber algún otro planeta Era claro que tal planeta no era visible a simple vista, pero podría serlo a través de un telescopio potente La dificultad

² *Natural philosophy*, § 158

consistía en saber en qué región del cielo se le debía buscar ³ El astrónomo francés Le Verrier, después de muchos intentos, afirmó que, "suponiendo cierto tamaño, forma y posición para la órbita del planeta desconocido, y cierto valor para la masa del cuerpo hipotético, sería posible explicar las perturbaciones observadas de Urano" Así pudo señalar la región del cielo a la que debería ser dirigido el telescopio Hecho esto, se descubrió el planeta y subsecuentemente se le llamó Neptuno ⁴

Un análisis de este descubrimiento pone de manifiesto varios puntos de importancia metodológica Representando la órbita de Urano como el efecto complejo a, b, c, d, e , entonces el efecto de los cuerpos conocidos en el sistema solar —sol, planetas, satélites— puede ser representado por a, b, c, d , dejando a e como un efecto residual inexplicado. Puesto que $a b c d e$ es una función de las causas conocidas y alguna causa desconocida, es posible determinar la causa desconocida substrayendo los factores causales conocidos Es claro que tal procedimiento es esencialmente deductivo, no entraña ninguna generalización de casos, sino que es totalmente un cálculo matemático una vez que la hipótesis, *la discrepancia se debe a un planeta desconocido*, ha sido formulada Nada justifica la inclusión, por parte de Mill, de tal proceso de razonamiento deductivo entre sus "métodos inductivos" El llamado "método de residuos" es un proceso de conjeturar una causa a partir del examen de una situación que contiene un solo fenómeno residual inexplicado Tal como lo enuncia Mill, este método entraña una aplicación del principio de diferencia *del efecto a la causa* Así, dado que sabemos que el efecto A es explicado por X, y que X tiene su efecto pleno en A, entonces, si A ocurre en conjunción con B, se desprende del principio de diferencia que algo distinto de X es la causa de B

No debe suponerse que este método esté confinado a la región del cálculo matemático Está ejemplificado en el descubrimiento de la causa de cualquier fenómeno residual Por ejemplo, "Arago, habiendo suspendido una aguja magnética de una hebra de hilo y habiéndola puesto a vibrar, observó que quedaba en reposo mucho antes cuando se la suspendía sobre un plato de cobre que cuando no había tal plato debajo de ella" Este efecto podría haberse debido

³ Vale la pena comentar que el error en la órbita de Urano nunca excedió de 2', una distancia imperceptible a simple vista, de modo que si las dos estrellas estuviesen la una junto a la otra en el cielo, una en la posición verdadera y la otra en la posición calculada, parecerían ser una sola

⁴ Las citas están tomadas de Sir ROBERT BALL, *Great Astronomers* (sección referente a Le Verrier) El astrónomo inglés Adams también calculó la posición de Neptuno, pero los astrónomos ingleses no lo buscaron telepáticamente sino después que fue localizado por el doctor Galle, de Berlín, quien se guió por la computación de Le Verrier No podemos dar aquí una descripción completa de este notable descubrimiento, que ha sido tratado de manera cabal en muchas obras populares sobre astronomía

a la resistencia del aire y a la naturaleza de la hebra, pero "conociéndose exactamente el efecto de estas causas por medio de la observación hecha en ausencia del cobre, y siendo así admitido y abstraído, un fenómeno *residual* apareció en el hecho de que una influencia retardataria era ejercida por el cobre mismo" ⁵ Este descubrimiento lo ofrece Herschel como un ejemplo del método de residuos. Es obvio en este caso que la inducción consiste en una aplicación del principio de diferencia. No parece haber, ciertamente, ninguna justificación para distinguir el "método de residuos" del procedimiento del método hipotético. El elemento de hipótesis es *menos obvio* en tales casos que en el caso de una investigación experimental como la de Pasteur, que examinamos en el capítulo anterior, pero con todo no deja de estar presente. La diferencia entre estos dos casos se debe totalmente al hecho de que la investigación de los fenómenos residuales no puede tener lugar hasta que la situación en su conjunto haya sido cabalmente analizada. La formulación de Mill del canon del "método de residuos" pone esto de manifiesto con gran claridad: "Substráigase de cualquier fenómeno aquella parte de la que se sabe, por medio de inducciones previas, que es el efecto de ciertos antecedentes, y el residuo del fenómeno es el efecto de los antecedentes restantes". Aquí se supone que los antecedentes restantes son conocidos. En el caso del descubrimiento de Neptuno, se conjeturó que el "antecedente restante" era de la clase con que estaban familiarizados los astrónomos, en el caso del experimento de Arago, el "antecedente restante" era un factor observado.

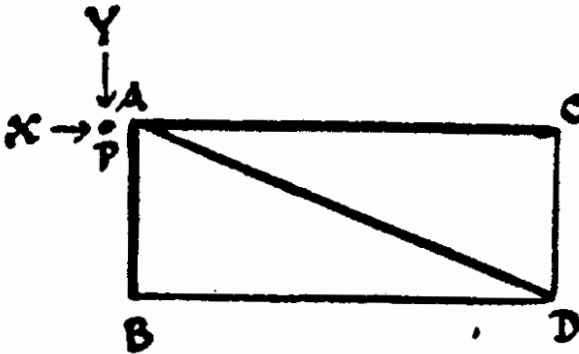
El descubrimiento del efecto compuesto de las causas que operan conjuntamente, no es diferente en lo fundamental. Si se sabe que una caja de cartón pesa 300 gramos y una cantidad de bombones dentro de ella pesa 1 kilogramo, entonces el efecto compuesto de estas dos cantidades es 1,300 gramos. A la inversa, dado que el peso total sea de 1,300 gramos y sabiéndose que la caja pesa 300 gramos, entonces el peso del chocolate puede deducirse por *subtracción*. Mill, sin embargo, distingue estos dos procesos, limitando el segundo al "método de residuos" y el primero a un método especial que él llama "el método deductivo". Dice Mill "El problema del método deductivo consiste en encontrar la ley de un efecto a partir de las leyes de las diferentes tendencias de las cuales es el resultado conjunto" ⁶ Él divide el método en tres pasos (1) determinación de las leyes de las varias causas, (2) computación de su efecto conjunto, (3) verificación de la computación por medio del recurso a la experiencia. Es claro que el descubrimiento de la órbita de Urano podría haber seguido este método si se hubiesen conocido todas las causas operantes. Sin embargo, puesto que la órbita había sido calculada a partir de observaciones, el segundo paso se dio antes de que

⁵ HERSCHEL, *Natural philosophy*

⁶ *Op cit.*, libro III, capítulo XI, § 1

todas las causas hubiesen sido determinadas. En consecuencia, se requería un paso preliminar, a saber, la conjeturación de una causa desconocida. Un ejemplo que se da frecuentemente para ilustrar el método deductivo de Mill pone de manifiesto con mucha claridad su relación con el método de residuos, a saber, *el paralelogramo de fuerzas*. Éste puede enunciarse de la siguiente manera:

Dada una fuerza X capaz de llevar una partícula P de A a C, y una fuerza Y capaz de llevar a P de A a B, el problema es computar el efecto conjunto de X e Y sobre P. Es claro que el efecto es un efecto homogéneo compuesto, y que, en consecuencia, *siempre y cuando no intervengan otras fuerzas*, el resultado final será el mismo, independientemente de que X e Y operen sucesiva o simultáneamente. La solución es simple. Está dada en el diagrama, y el razonamiento podemos dejarlo a la inteligencia del lector.



Debe observarse que, *dado el efecto conjunto AD y el efecto de Y*, a saber, AB, entonces la causa del efecto residual, o sea, la diferencia entre AD y AB, puede deducirse, o sea, AC, como el efecto del X desconocido, *dados los efectos separados AB, AC*, entonces el efecto conjunto AD puede deducirse. En ambos casos el proceso lógico es deductivo. El primer caso es un ejemplo de la misma clase, precisamente, que el ejemplo del descubrimiento de Neptuno, difieren sólo en su complejidad. Si las fuerzas X, Y son iguales y opuestas en dirección, entonces su operación simultánea sobre P tendría como resultado el equilibrio de P. En tal caso, se dice que X es contrarrestada por Y. La oposición, sin embargo, es un sólo modo de combinación que tiene por resultado, en este caso, el mantenimiento del equilibrio. Al ocuparnos de la combinación de causas, es importante tomar en cuenta todas las circunstancias. Por ejemplo, si a un tanque se le pusieran dos espitas, podría suponerse que el efecto de abrir ambas a la vez equivaldría a la suma de sus efectos separados. Éste no sería el caso si ambas espitas se surtieran de la misma fuente, de modo que cuando ambas estuviesen abiertas el agua fluyera más lentamente por los tubos. Mill insistió correctamente en que los que él llamaba las "leyes de las causas separadas" debían ser expresadas como "tendencias", puesto que cualquier ley está expuesta a ser contrarrestada. La noción de oposición es una supervivencia de la concepción activista de la causación. X *contraría* a Y.

cuando Y es lo que queríamos o esperábamos producir; toda ley causal tiene su efecto pleno independientemente de que esté aislada de otras leyes causales o combinada con ellas ⁷ Las leyes causales son afirmaciones de uniformidades; no hay excepciones a tales uniformidades, pero un error en la afirmación de la uniformidad puede conducir a la frustración de lo que esperábamos

Las tendencias separadas de las causas combinadas sólo pueden distinguirse algunas veces en el pensamiento. Por ejemplo, el movimiento de una bala de cañón puede analizarse como el efecto conjunto de una tendencia a viajar en línea recta en la dirección de su descarga y una tendencia a caer a tierra en línea recta. Tal análisis teórico se conoce como la *resolución* del efecto total en sus componentes. A veces las tendencias separadas pueden aislarse, por ejemplo: una pluma puede dejarse caer en el aire, después en un vacío. En este caso tenemos la eliminación física de la causa contrarrestante. En el último capítulo vimos qué papel tan importante desempeña la eliminación en los modos de la determinación causal

§ 2 Variación concomitante y análisis cuantitativo

El pensamiento claro sale ganando considerablemente cuando conocemos no sólo tales uniformidades causales como las de que los cuerpos pesados caen a tierra, que algunos gases se elevan, que el agua sube en una bomba, que los planetas se mueven en órbitas elípticas, sino también que estas uniformidades pueden ser deducidas de una generalización más amplia, o, en otras palabras, que pueden ser conectadas dentro de un sistema. Las uniformidades tales como *los cuerpos pesados caen a tierra* pueden ser llamadas cualitativas. *La pesantez, el caer a tierra* son cualidades perceptibles. Es la conexión uniforme entre tales cualidades perceptibles lo que resulta más interesante para el hombre ordinario. Pero la conexión entre las cualidades no es inteligible, puede ser *observada*, pero no *deducida*. Hay una inmensa variedad de cualidades perceptibles exhibidas en los objetos físicos tales como las casas, los árboles, la tierra, el agua, el aire, el hielo. Estos objetos físicos varían con el tiempo, su posición, temperatura, color, forma y tamaño cambian. ¿Cómo hemos de descubrir las leyes que conectan estos cambios? Hay suficiente orden en la variación de los cambios perceptibles para llevarnos a buscar un orden que no sea aparente y que, sin embargo, pueda ser la base del orden observado. Si a esta compleja variedad de cualidades cambiantes pudiera considerársela regularmente conectada con una organización cuantitativa de una unidad no variante, entonces podríamos descubrir leyes comparativamente simples que sustentaran la complejidad observable. Los científicos han supuesto que tal es, en realidad, el caso. Han dado con un principio que el profesor

⁷ Cf. MILL, capítulo x, § 5

Whitehead llama el principio de convergencia en la simplicidad con disminución de la extensión.⁸ Tómese, por ejemplo, el conjunto de cualidades perceptibles que presenta *la carne cuando está cruda, ligeramente cocinada, demasiado cocinada, carbonizada*. Se plantean dos interrogantes: ¿cómo están relacionados estos cambios perceptibles?, ¿cuándo deja *esta carne* de ser "carne"? La primera de estas interrogantes es la que interesa al método científico. Las relaciones entre la *carne cruda* y la *carbonizada* son inmensamente complejas. En el nivel del sentido común explicaremos el cambio observado señalando el hecho de que la carne se ha mantenido durante algún tiempo dentro de un horno caliente. "Si se la hubiese sacado antes —diremos—, habría estado bien cocinada." Tal conclusión se alcanzaría por medio de aplicaciones de los principios de concordancia y diferencia. Siguiendo tal línea de investigación no podríamos llevar más adelante el análisis de estos cambios. El científico, asimismo, explica el cambio de *carne cruda* a *carbón* haciendo referencia a lo que ha sucedido en el intervalo. Pero él divide el intervalo en periodos más y más cortos entre dos cualesquiera de los cuales la variación cualitativa es pequeña. Más aún, él no toma *este pedazo de carne* como la unidad de su investigación, la divide en componentes más y más pequeños hasta llegar a unidades que son exactamente iguales y, por lo tanto, comparables en lo que respecta a sus variaciones cuantitativas. El pedazo de carne puede cortarse en tajadas más y más pequeñas, cada una de las cuales sería reconocible como un *pedazo de carne*. Si este pedazo fuera subdividido más aún por medios químicos, se descompondría en sus constituyentes químicos: proteínas, carbohidratos, grasas, agua, sales. Si éstos fuesen subdivididos a su vez, sus componentes serían un átomo de carbono, un átomo de hidrógeno, etcétera. Estos átomos pueden ser subdivididos a su vez en electrones y protones. Ahora bien, un átomo de hidrógeno es cualitativamente diferente de un átomo de carbono, pero los electrones y protones de los cuales ambos están compuestos, son los mismos independientemente de que sean componentes del átomo de hidrógeno o del átomo de carbono. La diferencia cualitativa se debe a la organización de estos electrones en un cierto patrón. Aquí, entonces, el científico parece haber llegado a unidades que son espacio-temporalmente homogéneas, cuya organización en diferentes patrones puede ser enunciada en leyes fundamentales simples. Mediante la subdivisión de la ocurrencia total *carne cruda que se quema hasta carbonizarse* en unidades menores temporal y espacialmente, el científico puede conectar estos cambios en una forma inteligible. Así, cualquier ocurrencia compleja puede considerarse analizable en una organización de unidades homogéneas, las leyes de cuyo comportamiento pueden expresarse cuantitativamente. De tal suerte, la complejidad ingobernable de los objetos perceptibles queda reducida a leyes simples.

⁸ Véase *The aims of education*, p 191

No es difícil advertir que cuando se ha alcanzado esta etapa la noción de causa del sentido común deja de tener aplicación. La causa y el efecto mismos vienen a ser aprehendidos como constantemente cambiantes, las leyes causales son reemplazadas por funciones matemáticas que expresan tendencias.⁹ Las leyes científicas así expresadas son muy diferentes de las uniformidades causales del conocimiento del sentido común y de la ciencia primitiva. La generalización de que los cuerpos pesados caen a tierra parece ser muy diferente de la afirmación de que toda partícula de materia atrae a toda otra partícula con una fuerza directamente proporcional a su masa e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia. Con todo, a la segunda afirmación se llega llevando más adelante el método analítico empleado en el descubrimiento de uniformidades cualitativas y aplicándolo más precisa y sistemáticamente de acuerdo con el principio de convergencia en la simplicidad con disminución de la extensión. Por este medio, el análisis del sentido común es reemplazado por el análisis funcional.

Los ejemplos más simples del análisis funcional pueden expresarse de conformidad con el canon de Mill del método de variaciones concomitantes.¹⁰ Puede que en la investigación experimental de Pasteur que examinamos en el capítulo anterior se haya hecho una aplicación aproximativa del canon. Mientras más puro era el aire que él admitía en los líquidos esterilizados, menos eran los microorganismos encontrados en los líquidos. Pero resulta claro que la variación no era susceptible de expresión precisa. Sería necesario, en primer lugar, que se hubiese determinado la cantidad exacta de polvo por pie cúbico de la atmósfera en cada lugar, y, en segundo lugar, que hubiese habido una correlación exacta entre la cantidad de polvo introducida en los líquidos y el número de microorganismos desarrollados en los líquidos. Es improbable que estas condiciones hayan sido satisfechas. Tampoco era ello necesario para el propósito de la investigación de Pasteur, éste buscaba una *causa*, no una *correlación funcional*. En la utilización más precisa del método, la noción de dependencia funcional reemplaza la noción de conexión causal. Es esta noción la que debemos examinar ahora.

Se dice que X es una función de Y cuando la variación en X está correlacionada con la variación en Y de acuerdo con una regla. Es decir, que X e Y son variables que pueden asumir diferentes valores. Se dice que X es la variable independiente, puesto que el cambio en X determina el cambio en Y, la segunda, en consecuencia, se llama la variable dependiente. Por ejemplo, la longitud de la circunferencia de un círculo es una función de su radio, la expansión del mercurio es una función de su temperatura; el área de un

⁹ Por lo tanto, las leyes de la física de campo son expresables en ecuaciones diferenciales. Deliberadamente pasamos por alto la consideración de los fenómenos cuánticos. Cf B. RUSSELL, *Analysis of matter*, capítulo xi.

¹⁰ *Op cit*, capítulo viii.

triángulo es una función de su base y su altura. En el último ejemplo hay dos variables independientes, la base y la altura, cuyos valores deben ser determinados a fin de que el valor de la variable dependiente, el área, pueda ser determinado. El impuesto sobre ingresos que un hombre tiene que pagar es una función de la cantidad de sus ingresos. No es, sin embargo, una función continua, puesto que está sujeta a saltos. Ello no obstante, la cantidad de impuestos pagaderos está correlacionada, de acuerdo con una regla, con la cantidad de los ingresos. Esta noción de la dependencia funcional es, pues, una noción con la que estamos perfectamente familiarizados. Pero no podemos usarla con precisión mientras los valores para las variables no sean determinados con precisión y puedan ser enunciados en términos de una unidad repetible. Debemos poder reemplazar tales concepciones cualitativas como *pesado*, *más caliente*, por unidades exactamente determinadas que nos permitan decir *cuánto peso*, *cuánto calor*, etcétera. Debemos poder expresar las relaciones entre el hielo, el agua, el vapor en afirmaciones que no entrañen referencia alguna a las propiedades cualitativas de estas diferentes sustancias. La uniformidad cualitativa *Los cuerpos pesados caen a tierra* es defectuosa para los propósitos de la ciencia en dos aspectos: está expresada en términos de la vaga noción *pesantez*, y la conexión entre *pesantez* y *caer a tierra* queda sin explicar. Este énfasis en los aspectos cualitativos condujo a la creencia de que los cuerpos pesados caen *naturalmente* y los cuerpos livianos se elevan *naturalmente*, de modo que se creía que los cuerpos pesados caen más rápidamente que los más livianos. Esta creencia se explicaba a base del supuesto de que el lugar natural de una piedra, por ejemplo, era la tierra, por lo tanto, una piedra sostenida en la mano caerá a su lugar natural cuando se la suelte y con mayor rapidez mientras más pese. Todos sabemos que esta creencia es errónea. Tiene a su favor cierta evidencia empírica, puesto que un cuerpo A que sea abultado y más liviano que B, ofrecerá menos resistencia al aire y, en consecuencia, caerá más lentamente que B. Así, por ejemplo, si una hoja de papel y una moneda se dejan caer desde la misma altura, la moneda llegará primero al suelo. Sin embargo, si Aristóteles y sus seguidores hubiesen intentado determinar *cuán* rápidamente caen los cuerpos, habrían descubierto su error.

Vale la pena considerar un poco más detenidamente qué entrañó el avance de la uniformidad cualitativa a la afirmación funcional que expresa la ley de los cuerpos que caen libremente.¹¹ Galileo comenzó por descubrir una contradicción en la teoría aristotélica. Tomándose dos cuerpos de diferente peso, entonces, si los cuerpos caen en proporción a su peso, puede mostrarse que el cuerpo más pesado caerá más lentamente que el más liviano. Es decir, que la teoría se contradice. Puede considerarse que el cuerpo más pesado está formado por varios cuerpos A_1, A_2, A_3, A_4 , de los cuales A_1, A_2

¹¹ Cf. capítulo xvi, p. 350 del presente libro.

A_3 son, juntos, iguales en peso al cuerpo más liviano B. Puesto que A_1 , A_2 , A_3 son iguales en peso a B, caerán a la misma velocidad que B, pero A_4 caerá más lentamente. Por lo tanto, el cuerpo compuesto por A_1 A_2 A_3 A_4 caerá más lentamente que B, puesto que A_4 retardará el movimiento. Esto es una contradicción.¹² En consecuen-

¹² La descripción que hace Galileo de su propio pensamiento es tan admirablemente clara y constituye un ejemplo tan excelente del método, que vale la pena transcribirlo íntegramente:

"*Salv* [o sea, Galileo] Es posible probar claramente, por medio de un argumento breve y concluyente, que un cuerpo más pesado no se mueve más rápidamente que uno más liviano, siempre y cuando que ambos cuerpos sean del mismo material y semejantes, en suma, a los que menciona Aristóteles. Pero dime, Simplicio, si admites que cada cuerpo que cae adquiere una velocidad definida fijada por la naturaleza, una velocidad que no puede ser aumentada o disminuida excepto mediante el uso de la fuerza o la resistencia

"*Simp* [o sea, el aristotélico] No puede haber duda de que uno y el mismo cuerpo que se mueve en un solo medio tiene una velocidad fija de terminada por la naturaleza y la cual no puede ser aumentada, excepto mediante la adición de momentum [impeto] o disminuida excepto por medio de alguna resistencia que la retarde

"*Salv* Entonces, si tomamos dos cuerpos cuyas velocidades naturales son diferentes, resulta claro que, al unir los dos, el más rápido será parcialmente retardado por el más lento, y el más lento será apresurado en cierta medida por el más veloz. ¿No estás de acuerdo con esta opinión?

"*Simp* Indudablemente tienes razón

"*Salv* Pero si esto es verdad, y si una piedra más grande se mueve a una velocidad de, digamos, ocho, mientras que una más pequeña se mueve a una velocidad de cuatro, entonces, cuando están unidas, el sistema se moverá a una velocidad menor de ocho; pero cuando las dos piedras se amarran juntas, forman una piedra más grande que aquella que anteriormente se movió a una velocidad de ocho. Por lo tanto, el cuerpo más pesado se mueve a menor velocidad que el más liviano, lo cual es contrario a tu suposición. Así ves cómo, partiendo de tu suposición de que el cuerpo más pesado se mueve más rápidamente que el más liviano, yo infiero que el cuerpo más pesado se mueve más lentamente

"*Simp* Estoy todo perplejo, porque me parece que la piedra más pequeña, cuando es añadida a la más grande, aumenta su peso, y no veo cómo al ganar peso pueda dejar de aumentar su velocidad o, cuando menos, no la disminuya

"*Salv* Una vez más estás en un error, Simplicio, porque no es verdad que la piedra más pequeña añada peso a la más grande

"*Simp* Esto es totalmente incomprensible para mí

"*Salv* No lo será una vez que te haya mostrado el error bajo el que estás trabajando. Advierte que es necesario distinguir entre los cuerpos pesados en movimiento y los mismos cuerpos en reposo. Una piedra grande, colocada en una balanza, no sólo adquiere peso adicional cuando se le pone otra piedra encima, sino que incluso con la adición de un puñado de cáñamo su peso aumenta de seis a diez onzas, según la cantidad de cáñamo. Pero si amarras el cáñamo a la piedra y los dejas caer libremente desde cierta altura, ¿crees

cia, Galileo recurrió al experimento. Todos conocemos la famosa anécdota de cómo Galileo dejó caer desde la Torre de Pisa dos balas de cañón, una de las cuales pesaba 100 libras y la otra 1 libra, las cuales llegaron a tierra al mismo tiempo aproximadamente. Pero, como vimos en el capítulo xvi, Galileo no se contentó con refutar la teoría aristotélica, se propuso determinar la *proporción de la velocidad de la caída*. Se sabía ya que la velocidad de un cuerpo que cae aumenta. Galileo supuso primero que la velocidad era proporcional a la distancia de la caída, es decir, que la velocidad de un cuerpo que hubiese caído desde dos pies sería el doble de la velocidad de un cuerpo que hubiese caído desde un pie. Pero encontró una contradicción en esta hipótesis. Supuso entonces que la aceleración era proporcional al tiempo consumido, es decir, que un cuerpo que cae gana iguales incrementos de velocidad en iguales incrementos de tiempo. Galileo no pudo someter a prueba esta suposición por medio de experimentos con cuerpos que cayeran libremente, pues la caída es demasiado rápida (más de 60 pies en dos segundos). Él no tenía reloj. Podía, sin embargo, retardar el movimiento lo suficiente para medir con exactitud haciendo rodar bolas por canales en un plano inclinado. Él sabía exactamente lo que había de esperar, puesto que, por razonamiento previo, había determinado ya el principio de independencia de los movimientos y el principio de aceleración uniforme para un cuerpo que cae. Vio que *la forma de la ley* no sería modificada en el caso de bolas que rodaran por un plano inclinado, y que mediante la variación del ángulo de inclinación sería posible exhibir el caso especial de 90° como el límite del problema general. De esta manera pudo mostrar que los hechos experimentales concordaban con su deducción de que la distancia era proporcional al *cuadrado del tiempo* consumido. Partiendo de esto pudo mostrar que la velocidad de un cuerpo que cae es proporcional al tiempo que ha estado cayendo desde su reposo.¹⁸ El desarrollo ulterior de este resultado condujo a Galileo a la conclu-

que el cáñamo empujará a la piedra hacia abajo, acelerando así su movimiento, o crees que el movimiento será retardado por una presión parcial hacia arriba? Uno siempre siente la presión sobre sus hombros cuando impide el movimiento de una carga que descansa en uno; pero si uno desciende tan rápidamente como la carga misma descendería, ¿cómo puede ella gravitar o ejercer presión sobre uno? ¿No ves que esto sería lo mismo que tratar de herir a un hombre con una lanza cuando él corre alejándose de ti a una velocidad igual, o acaso mayor, que la velocidad a la que tú lo sigues? Debes concluir, por lo tanto, que durante una caída libre y natural, la piedra pequeña no empuja hacia abajo a la más grande, y, por lo tanto, no aumenta su peso como cuando está en reposo."

(*Dialogues concerning the Two New Sciences*, pp 62-64)

¹⁸ Velocidad es unidades de espacio recorridas en unidad de tiempo. La ley de los cuerpos que caen libremente se expresa ahora en la fórmula $s = 1/2 gt^2$. Galileo utilizó métodos geométricos innecesariamente complicados.

sión de que si un cuerpo que cae es súbitamente detenido en cualquier punto y proyectado hacia arriba con su velocidad en ese punto, se elevará hasta el nivel desde el cual cayó Galileo pudo entonces deducir que, no importa cuál fuere el ángulo de descenso, la velocidad será la misma a cualquier nivel paralelo a la superficie de la tierra. Estas deducciones matemáticas condujeron, pues, al descubrimiento de la primera ley del movimiento, y, así, a la refutación de la clasificación aristotélica de los movimientos en *movimientos naturales* y *movimientos violentos*. De tal suerte, Galileo introdujo la importante concepción de la *inercia*, y así, por medio de sus principios dinámicos, preparó el camino para la enunciación explícita newtoniana de las tres leyes del movimiento y de la ley de la gravitación.

Debe observarse que el método de Galileo consistía en formular primero hipótesis provisionales a partir de las cuales él razonaba deductivamente a fin de determinar si ellas conducían a conclusiones contradictorias, y luego en mostrar que los hechos experimentales guardaban conformidad con ellas.¹⁴ Este es el método de la investigación científica exacta. La formulación de la hipótesis en términos funcionales precisos hace posibles deducciones ulteriores respecto a lo que sucederá en casos más complicados. Si las pruebas no confirman estas deducciones ulteriores, puede ser que la hipótesis necesite ser reformulada. De este modo, los hechos son coordinados en un sistema susceptible de desarrollo funcional. La afirmación de uniformidades cualitativas es reemplazada y superada por la correspondencia funcional de las unidades cuantitativas.

§ 3 *La correlación y el uso de los métodos estadísticos*

En el párrafo anterior nos ocupamos del avance producido en la ciencia mediante la sustitución del análisis cualitativo por el cuantitativo. Por medio de tal análisis podemos emplear la noción de la correspondencia funcional entre dos o más factores. Podemos así afirmar su relación exacta. Cuando una variación en X determina una variación exacta en Y, hay una dependencia funcional de Y respecto de X. Así vimos que la proporción de la velocidad de la caída de un cuerpo que cae libremente es una función exacta del tiempo que lleva cayendo desde su punto de reposo. En otras palabras, su aceleración es constante. Dado un valor del tiempo variable, podemos determinar con precisión un valor correspondiente de la velocidad variable. Esta correspondencia funcional reemplaza, como ya hemos visto, la noción menos precisa de una conexión causal. La noción de dependencia funcional es de suma importancia en las matemáticas. De su utilización depende, en grado muy con-

¹⁴ Cf., pp. 346 y 551 del presente libro.

siderable, el avance rápido de las ciencias físicas. Puede decirse que todo problema científico entraña un intento de determinar la relación entre las variables. Una variable, se recordará, representa uno cualquiera de un conjunto de valores. La afirmación precisa de una relación funcional entre variables presupone que los valores para las variables han sido medidos en términos de alguna unidad de medición. Las ciencias físicas tienen que ver, en gran parte, con la medición, de suerte que estas ciencias pueden emplear el método del análisis funcional. En consecuencia, las leyes físicas son exactas e invariables.

Ahora tenemos que indagar si este método sumamente fructífero del análisis funcional puede emplearse al tratar ocurrencias que usualmente, pero no siempre, están conectadas. En las ciencias biológicas y sociales tenemos que ver con factores cuya correlación no es perfecta. Por ejemplo, no hay una relación constante entre la estatura de un hombre y su peso, o entre sus ingresos y el alquiler que paga por la casa en que vive, no hay una relación constante entre la inteligencia y la edad de los niños, no hay una relación constante entre el mes del año y la precipitación pluvial ocurrida en ese mes en algún lugar, Londres por ejemplo. Por lo general, mientras más alta es una persona mayor es su peso, pero hay gente de baja estatura y gruesa, y gente alta y delgada. Es probable que un hombre muy rico tenga una casa más grande y pague más alquiler por ella que un hombre comparativamente pobre, pero la variación en la cantidad de los ingresos no corresponderá exactamente a la variación en el tamaño y el alquiler de la casa ocupada. Asimismo, una casa en el condado de Donegal probablemente pagará un alquiler más reducido que una casa de similar tamaño y comodidades en Sussex, y una casa en la aldea de Midhurst pagará menos que una en la ciudad de Brighton. Al usar la expresión "probablemente pagará", estamos sugiriendo que existe alguna correlación entre la localidad de una casa y su alquiler, pero que tal correlación no es exacta. Son muchos los factores que contribuyen a determinar el alquiler de una casa dada. Ahora bien, pudiera ser que el economista quisiera determinar la relación entre la densidad de población y el alquiler urbano. Al estudiar este problema, no podrá trabajar de la misma manera que el físico. No podrá aislar los factores pertinentes de los impertinentes, ni siquiera podrá determinar con precisión qué factores son impertinentes. No podrá eliminar físicamente un factor y luego observar qué sucede. El físico, sin embargo, puede excluir, en un grado muy considerable, aquellos factores cuyo efecto no le interesa por el momento. Así puede realizar experimentos controlados y repetibles, como lo hizo Galileo en el caso de las bolas en descenso por un plano inclinado. El economista tiene que tratar una situación complicada. Reconocerá la pertinencia de factores tales como la respetabilidad del distrito, las facilidades de transporte, la cantidad de espacios abiertos en el vecindario, la elevación del

terreno, el número de personas que desean vivir en el distrito. Debe, por lo tanto, obtener informes de diferentes distritos urbanos con diferentes densidades de población a fin de determinar si existe algún grado de conelación entre estos dos factores. Los métodos que han sido elaborados para tratar tales problemas son los métodos estadísticos.¹⁵ Por medio de estos métodos es posible tratar situaciones complejas que son susceptibles de ser divididas en factores distintos entre los cuales no pueden determinarse conexiones uniformes, y las variaciones entre características cuya relación no es perfecta.

Ocurrencias que a primera vista parecerían estar desconectadas, podrían revelar cierto grado de relación, mientras que otras de las que se habría podido esperar que variaran juntas, podrían ser tan sólo levemente dependientes entre sí. Así, por ejemplo, podríamos querer determinar si hay algún grado aparente de correspondencia entre el número de matrimonios en una sociedad y el monto de la cosecha. Tal investigación debe estudiar estos dos datos a lo largo de un periodo de años. La recolección de datos estadísticos en tales problemas es, con frecuencia, sumamente laboriosa. Además, es necesario elaborar métodos por medio de los cuales puedan ser correlacionados los dos datos.

Ahora debemos considerar muy brevemente la naturaleza de la investigación cuantitativa de los datos que se requieren para los métodos de correlación. Bastará con la consideración de un ejemplo sumamente sencillo. Supóngase que un padre recibe las calificaciones de su hija durante su primer semestre escolar. Las calificaciones corresponden a los exámenes semestrales. Si ella obtuvo 65 por ciento en *Historia*, ¿cómo ha de saber el padre si tal calificación es *buena* o no? Necesitará saber su relación con las calificaciones obtenidas por otras niñas en la misma clase. Si se le dice que 65 por ciento es una calificación media, probablemente quedará satisfecho, pensará que conoce la capacidad de su hija en relación con el resto de su clase. La concepción de un promedio nos es bien conocida. Así, hablamos de la precipitación pluvial media de un distrito. Decimos que el clima de un país es el promedio de su estado del tiempo. Hablamos del número medio de pasajeros que transporta *per diem* el Ferrocarril Metropolitano. Ahora tenemos que considerar qué es exactamente un promedio y cuál es su uso en la investigación estadística. Será mejor comenzar con un ejemplo.

Tómese el siguiente conjunto de calificaciones obtenidas por diez alumnos en una prueba escolar: 66, 44, 55, 20, 36, 52, 51, 62, 22, 30.

¹⁵ Los métodos estadísticos desempeñan un papel tan importante en las investigaciones de las ciencias sociales, que no es deseable omitirlos totalmente en un examen del método científico. Pero no es posible discutir estos métodos detalladamente en un libro como éste. Sólo intentaré indicar la naturaleza lógica de los métodos estadísticos y de ilustrar su empleo. El estudiante debe consultar algunos de los muchos manuales excelentes sobre métodos estadísticos que ofrecemos en la bibliografía.

El promedio se determina sumando todas las calificaciones y dividiendo el total entre el número de calificaciones separadas. La calificación media es, pues, 43.8. Este promedio se conoce como la *media*. Hay otras formas de promedio, que consideraremos dentro de un momento. Debe observarse que, en este caso, ningún número en el conjunto coincide con la calificación media. Éste es usualmente el caso. El que haya o no haya un número que sea el número medio carece de importancia. Un promedio es un solo número que representa todo un conjunto de números. Lo que representa es la *tendencia central* del conjunto. Si las calificaciones hubiesen sido 71, 42, 36, 58, 41, 50, 57, 12, 18, 53, la calificación media también habría sido 43.8. Pero los dos conjuntos de calificaciones difieren respecto al número de calificaciones que están por encima y por debajo del promedio. Además, la diferencia entre la calificación más alta y la más baja es mayor en el segundo caso que en el primero. Las calificaciones bajas hacen bajar el promedio. Esta metáfora es instructiva. Supongamos que tuviéramos una regla de medir y pesos que representaran el número de cifras en un intervalo dado colocado adecuadamente en la regla (por ejemplo, los tres datos entre 50 y 59 colocados en la marca 50 como el peso 3), entonces el punto de balance de la regla estaría en la media. La calificación más baja sería la más alejada del fulcro en un lado, y la calificación más alta sería la más alejada del fulcro en el otro lado. Mientras más alejado del fulcro esté un peso del mismo tamaño, más levanta la balanza. Este ejemplo puede mostrar cómo es que una calificación baja hace bajar el promedio hacia abajo, y una calificación alta lo hace subir. Las variaciones menores cerca de la tendencia central tienen menos efecto en la determinación de la media. Podemos describir la diferencia en la distribución de las calificaciones en los dos conjuntos enunciando la desviación de cada calificación a partir del promedio. Estas desviaciones se llaman "errores", o sea, "alejamientos respecto de" el promedio.

Otra forma del promedio es la *mediana*. Éste es el número que se encuentra en el medio de una serie de números colocados en orden de magnitud. Si la serie tiene un número par de miembros, entonces el número intermedio entre los dos más cercanos al del medio es la mediana. Esto puede ilustrarse por medio de los dos conjuntos de calificaciones que ya hemos dado. Los reorganizaremos en orden de magnitud, nombrando al primer conjunto A, al segundo B, para facilitar la referencia.

(A) 66, 62, 55, 52, 51, 44, 36, 30, 22, 20

(B) 71, 58, 57, 53, 50, 42, 41, 36, 18, 12

En (A) la mediana es intermedia entre 51 y 44. Es por tanto 47.5.

En (B) la mediana es intermedia entre 50 y 42. Es, por lo tanto, 46.

La mediana en (B) está más cerca del promedio que la mediana en (A), debido al hecho de que en (B) hay cinco calificaciones por debajo del promedio y cinco por encima, mientras que en (A) hay cuatro por debajo y seis por encima

Si deseamos determinar si 62, por ejemplo, es una calificación alta o baja, necesitamos saber cuántas calificaciones en el conjunto están por encima de 62 y cuántas están por debajo. La calificación tomada aisladamente tiene muy poca significación. Por ejemplo, en algunas universidades la calificación aprobatoria para los exámenes finales es 60 por ciento, en otras es $33\frac{1}{3}$ por ciento. Una comparación de las tarjetas de calificaciones en las que sólo aparecen los totales, podría sugerir que un conjunto de estudiantes, de los dos exámenes universitarios, es mucho mejor que el otro, a menos que se tomara en cuenta esta diferencia de criterio. En la investigación estadística es esencial clasificar los datos desde un principio a fin de que los resultados numéricos sean significativos. En la inobservancia de esta precaución está el origen, sin duda alguna, de la creencia popular de que "con estadísticas se puede probar cualquier cosa", que, como sucede a menudo con las falacias populares, tiene su contrapartida en la creencia de que "los números no mienten"

El primer paso en la clasificación de los datos consiste en determinar lo que se llama *distribución de frecuencia*, o sea la frecuencia de la ocurrencia de un dato dado. Para este fin, debemos dividir los hechos en clases. Por ejemplo, en el ejemplo de las calificaciones, podemos clasificar éstas en decenas, agrupando todas aquellas que están entre 10 y 19, 20 y 29, y así sucesivamente. Estas divisiones se llaman *intervalos de clase*. La distribución de frecuencia puede exhibirse convenientemente en una tabla de frecuencia (véase la página siguiente)

La tabla se construye formando una hilera separada para cada intervalo de clase. Se pone una cruz para cada calificación que cae dentro de un intervalo de clase dado. El número en la tercera columna es la frecuencia de ocurrencia en el intervalo de clase dado. Comparando la serie A con la serie B podemos ver de una ojeada que los miembros de A se desvían menos de la tendencia central que los miembros de B. En un caso tan sencillo como nuestro ejemplo nunca sería necesario preparar una tabla de frecuencia. Pero cuando tratamos centenares de datos, que no están organizados en ningún orden, la tabla constituye una gran ayuda. Empero, no es necesario para nuestro propósito considerar ejemplos complicados.