XI SISTEMA Y ORDEN

"La búsqueda de la 'unidad' y el 'sistema' a expensas de la verdad, no es, a mi juicio, asunto propio de la filosofía, no importa cuán universalmente haya sido ésa la práctica de los filósofos" —G E MOORE

§ 1 *La naturaleza del sistema* [1]

LA NOCIÓN de sistema se halla en la base de toda ciencia y toda filosofía Los sistemas deductivos, que consideramos en el último capítulo, son una clase especial de sistema La noción de "sistema" en general es mucho menos precisa que la de "sistema deductivo", pues las propiedades de los sistemas deductivos han sido determinadas cuidadosamente La relación generadora de un sistema deductivo es la implicación Ahora debemos considerar qué modos de conexión bastan para determinar un sistema No es difícil encontrar ejemplos de sistemas que ejemplifican diferentes clases de relaciones, tales como el sistema solar, el sistema social, el sistema de correos, el sistema eclesiástico Estos diversos sistemas están caracterizados por diversos modos de conexión, tienen en común el hecho de que los elementos constituyentes son compatibles y de que todos los elementos están determinados por algunos, cuando menos, de los demás elementos Daremos a los elementos constituyentes de un sistema el nombre de "hechos" del sistema, significando por "hecho" cualquier cosa que *pudiera* ser expresada en una proposición sin hacer referencia a la verdad o falsedad de la proposición Cada hecho mismo constará de elementos, a saber, *sus* constituyentes, pero no nos interesan aquí los constituyentes de los hechos sino los hechos como constituyentes de los sistemas El problema que tenemos que considerar es bajo qué condiciones podemos considerar un ordenamiento de datos como un ordenamiento sistemático

Los hechos pueden ser combinados conjuntivamente Tal ordenamiento no sería un ordenamiento sistemático Los hechos pueden ser combinados alternativamente Este modo de conexión sería también

[1] El principiante debe leer el capítulo XIII, § 1, antes de leer este capítulo

insuficiente para determinar un sistema La compatibilidad mutua es una condición mínima sin la cual no puede haber sistema Pero aun que es una condición necesaria, no es una condición suficiente No po demos definir la "compatibilidad mutua" Decir que el hecho F_1 es mutuamente compatible con el hecho F_2, es decir que F_1 y F_2 pueden pertenecer ambos al mismo sistema Pero la noción de *compatibilidad* es más simple que la noción de *pertenencia al mismo sistema*, y no puede ser definida en términos de ésta Se desprende de ello que cualquier hecho F_3 que sea incompatible con F_1 no puede ser un constituyente de ningún sistema en el que F_1 sea un constituyente Asimismo, cualquier hecho que requiera que F_3 esté en el sistema no puede estar en el sistema que contiene a F_1 Aunque los constituyentes de un sistema deben no ser incompatibles, algunos de ellos pue den ser mutuamente independientes de otros Tales hechos mutuamente independientes serán hechos conjuntivos Pero no es posible que todos los hechos sean mutuamente independientes, pues, en tal caso, las relaciones conjuntas serían suficientes para determinar un sistema

Hay, entonces, cuatro condiciones a las que debe conformarse cual quier sistema Éstas pueden ser precisamente formuladas de la si guiente manera

Dado un sistema S, entonces

(1) Si A y B son ambos hechos constituyentes en S, entonces A y B son mutuamente compatibles

(2) Si B es un hecho constituyente y B requiere o determina a C, entonces C es un constituyente de S

(3) Si B y C son hechos constituyentes en S, entonces S contiene el hecho conjunto BC, aunque ni B determina a C ni viceversa

(4) Si BC determina a E, entonces E está en S, aunque ni B sola ni C sola bastarían para determinar a E

Un sistema no es necesariamente inclusivo, puede haber hechos no incluidos en el sistema, pero no incompatibles con cualquier hecho en el sistema Por ejemplo, un sistema geométrico excluye a los hechos relativos al color Así, pues, si A es un hecho en un sistema geométrico, A no es incompatible con ningún hecho por lo que se refiere a un color Si A y B son hechos en un sistema clasificatorio de géneros y especies, entonces ni A ni B son incompatibles con ningún hecho que contenga la relación *más valioso que* como un constituyente La determinación de un sistema no comprende la determinación de todo lo que es posible Un sistema dado S_1 puede estar totalmente contenido en otro sistema S_2, y S_1 puede también estar totalmente contenido en otro sistema S_3, aunque no hay ningún sistema Σ que contenga a S_1, S_2 y S_3 [2] Las diferentes geometrías constituyen un ejemplo de tales sistemas

Es razonable preguntar si *el mundo*, o *el universo*, es un sistema Si al decir "el mundo" significamos "todo lo que es el caso", [3] entonces puede dudarse que el mundo sea un sistema Si es o no un sistema sólo *podría* determinarse mediante la observación empírica de todo lo que es el caso Pero no podemos observar empíricamente todo lo que es el caso, por lo tanto, no podemos *saber* que el mundo es un sistema Podemos tener buenas razones para creer que *no* es un sistema, pero sigue siendo posible que lo sea aunque no seamos capaces de descubrir el modo de conexión entre los hechos constituyentes Todo lo que es el caso incluye los hechos de todos los sistemas conocidos, así como aquellos hechos que *nosotros* no podemos incluir en ningún sistema y aquellos hechos que nadie conoce Lo que llamamos el mundo *real* o *concreto* no incluye todos los hechos que son posibles Es un supuesto del pensamiento científico que todo lo que es el caso en *el mundo físico* está incluido en un sistema Este supuesto puede ser considerado como el postulado fundamental de la ciencia Él conduce a los científicos a rechazar algunos hechos y a incluir otros en "*el sistema del mundo físico*" Cualquier hecho incompatible con los hechos dados queda al margen de la explicación *a fin de que los hechos constituyentes puedan determinar un sistema* Todos los hechos en el mundo real deben ser compatibles, pero puede haber hechos conjuntivos sólo relacionados por relaciones conjuntivas con otros hechos en el mundo real

Se dice que un sistema es *coherente* si *cada uno* de los hechos en el sistema está relacionado con cada uno de los demás hechos en el sistema por relaciones que no son meramente conjuntivas Un sistema deductivo es un buen ejemplo de un sistema coherente Una obra de arte es un sistema coherente Las relaciones que determinan su coherencia son peculiares de las obras de arte, pero lo que se significa al decir que estas relaciones la determinan *como coherente* es lo que se significa al decir que *cualquier* sistema es *coherente* La coherencia de una obra de arte es tan fácilmente aprehensible como esencial a ésta —es decir, como constituyente de una obra de arte de tal modo que, faltando esta coherencia, la obra de arte sería un fracaso— que las expresiones que usamos para expresar sistemas coherentes son tomadas frecuentemente de la analogía de las artes, por ejemplo, "la imagen del mundo" Pero no todos los sistemas son sistemas coherentes Es decir, "sistema" y "coherencia" no son, como se ha supuesto a menudo, coimplicantes Un rompecabezas es un sistema, pero no es un sistema coherente, aun cuando el dibujo que se haya cortado para hacer el rompecabezas fuera coherente Cada pieza del rompecabezas debe encajar con *algunas* otras piezas, por lo tanto, la posición de cualquier pieza dada no está inde

[2] El supuesto de que hay un tal sistema Σ es el supuesto del monismo

[3] WITTGENSTEIN, *Tractatus logico-philosophicus*, prop 1

terminada No hay piezas aisladas que podrían o no encajar Pero la forma de una pieza en la esquina superior derecha puede ser independiente de las formas de cualesquiera piezas en el lado izquierdo del dibujo Así, pues, el rompecabezas, aunque es un sistema, no es un sistema coherente El mundo físico puede ser un sistema semejante

Es una perogrullada decir que el objeto de la ciencia es el logro de un sistema Por esta razón, el determinismo es esencial a la ciencia El determinismo es una característica de un sistema cuyos constituyentes todos guardan relaciones determinadas que otro u otros constituyentes determinan De ello no se desprende que *cada* constituyente esté determinado por *cada otro* constituyente Donde éste sea el caso, el sistema es completamente coherente Pero la coherencia es una cuestión de grado Un sistema puede poseer algún grado de coherencia aunque algunos de sus hechos constituyentes puedan ser independientes de *algunos* otros hechos, siempre y cuando estén determinados por *otros* hechos en el sistema Puesto que algunos hechos constituyentes en un sistema pueden ser mutuamente independientes, se desprende de ello que un sistema S puede contener uno u otro de dos hechos contradictorios, aunque no puede contener ambos [4] Por ejemplo, si A y B son mutuamente independientes, entonces A y no B pueden ser ambos constituyentes en S, y puede haber otro sistema Σ que contenga tanto a A como a B Ahora bien, el mundo real contiene, como hechos, constituyentes, todos los hechos que son hechos reales Puesto que ningún sistema puede contener tanto a B como a no-B, y puesto que o bien B es real o bien no-B es real, se desprende de ello que si el sistema del mundo contiene tanto a A como a no-B, no puede contener tanto a A como a B; o si contiene a A y B, no puede contener tanto a A como a no-B Así, pues, el sistema que contiene a A y a B (si el mundo contiene a no-B), o el sistema que contiene a A y a no-B (si el mundo contiene a B) es un *sistema posible* (y, por lo tanto, un mundo posible), pero no un *mundo real* Por esta razón el descubrimiento de hechos incompatibles es útil en la ciencia, pues la ciencia no versa acerca de cualquier sistema posible, sino acerca *del* sistema (si es que hay uno) que es *el sistema del mundo*

No es lógicamente necesario que todo lo que es el caso, es decir, todos los hechos constituyentes del mundo real, estén contenidos en un sistema, menos aún que estén contenidos en un sistema coherente Pero, a menos que los hechos reales sí constituyan un sistema, la ciencia es imposible, a menos que el mundo físico sea un sistema *coherente*, los físicos se verían frustrados Siempre que la inferencia sea posible, los hechos que constituyen la base de la inferencia deben estar en un sistema con los hechos que son inferidos, de lo contrario la inferencia es inválida Pero no podemos decir qué

[4] Decimos que *dos hechos son contradictorios* cuando las proposiciones que corresponderían a esos hechos son contradictorias Así, pues, en este capítulo se usa "hecho" en un sentido tal que no todos los *hechos* son *reales*

inferencias son posibles hasta que conozcamos el hecho del cual parte la inferencia De consiguiente, a fin de determinar el sistema del mundo real debemos conocer hechos cuyo conocimiento no pueda ser derivado del conocimiento de sistemas *posibles* En otras palabras, el sistema del mundo real, *porque es real*, no puede ser determinado por consideraciones lógicas exclusivamente Aun cuando el mundo real fuese un sistema completamente coherente, de ello no se desprendería que el *conocimiento* de parte del sistema produciría *conocimiento* del sistema enteio, ni siquiera que implicaría *conocimiento* acerca de qué *clase* de sistema sería exactamente Esto se desprende de la posibilidad de que el sistema Σ pueda contener un subsistema tanto en S_1 como en S_2, aunque algunos hechos en S_1 fuesen incompatibles con algunos hechos en S_2. Podríamos conocer sólo el subsistema, llamémoslo σ, contenido tanto en S_1 como en S_2, de lo cual se desprende que σ es compatible con uno u otro de dos sistemas que, como sistemas, no son compatibles entre sí Nuestro conocimiento del sistema del mundo real (si tenemos tal conocimiento) puede ser de un tal subsistema σ Puede haber varios otros sistemas posibles cada uno de los cuales incluya a σ, entre los cuales no podríamos decidir cuál es real Éste sería el caso si no conociéramos los hechos compatibles con σ y compatibles con S_1, pero no compatibles con S_2 Si este argumento es correcto, se desprende que no podemos *conocer* que el sistema del mundo real es un sistema coherente de tal índole que, dados algunos de los hechos constituyentes, los otros serían de consiguiente determinados

Sabemos empíricamente que hay hechos en el mundo real que son mutuamente independientes De esto se desprende que el mundo contiene hechos que son compatibles con sistemas que no son reales y que son de tal índole que contienen hechos contradictorios de hechos en el mundo real Poı ejemplo, la ley newtoniana de la gravitación es incompatible con el hecho conjunto consistente en todos los hechos del sistema geométrico euclidiano y en todos los hechos de los movimientos de las ondas de luz Pero hay un sistema posible que incluiría el sistema de la geometría euclidiano y también incluiría los hechos de los movimientos de las ondas de luz y también un hecho contradictorio del hecho de la ley newtoniana de la gravitación Así, pues, si F fuese la ley newtoniana, E el sistema euclidiano y L los movimientos de las ondas de luz, entonces podría haber un sistema que incluyese a F, F y no L, y otro sistema que incluyese a E, L y no-F De manera similar, podría haber otro sistema que incluyese a F, L y no-E La determinación de otros hechos *distintos* de F, L, E es necesaria a fin de precisar cuál de estos sistemas es real, si es que alguno lo es Una vez más, considérese el conjunto de hechos que consisten en hechos de desarrollo orgánico que podemos llamar *el hecho de la evolución* Entonces este hecho puede ser independiente de los hechos contenidos en el sistema físico Representemos este sistema con S_1, digamos que *el hecho de la evolución* esté en un sistema S_2 Entonces algunos hechos estarán tanto en S_1 como en S_2, algu nos hechos estarán en S_1 pero no en S_2; otros estarán en S_2 pero no en S_1 De estos hechos independientes, cualquiera de ellos, o su contradictorio, podría estar contenido en un sistema P_1 que incluyese a S_1, o un sistema P_2 que incluyese a S_2, o podría haber un sistema R que incluyese a S_1 y a S_2 y también incluyese un conjunto de hechos independientes de S_1 e independientes de S_2 Es decir, que un sistema puede aumentarse mediante la adición de hechos independientes Así podría haber muchos sistemas compatibles con el subsistema que contiene hechos dependientes

No hay buenas razones para suponer que el mundo real sea un sistema tal que uno cualquiera de los hechos determina o está determinado por cada uno de los demás hechos Por el contrario, se conocen muchos hechos reales de los que no se puede advertir que estén relacionados con otros hechos, que también conocemos como reales, en calidad de constituyentes en cualquier sistema posible Pero el mundo puede ser *un sistema,* puesto que cada hecho puede estar determinado por *algunos* otros hechos En ningún caso, sin embargo, habría significado alguno en la afirmación de que el sistema del mundo real es un sistema necesario. La naturaleza de los sistemas deductivos muestra que esto es así Un conjunto de postulados independientes puede ser suficiente para determinar un sistema deductivo en el que todos los teoremas son consecuencias de los postulados Pero estos teoremas podrían también estar incluidos en otro sistema generado por postulados que contienen todos los postulados del otro sistema *y otros* postulados, y que incluirá por lo tanto otros teoremas también Pero el primer sistema no será *necesario* en contraste con el segundo sistema, aunque ambos podrían ser sistemas coherentes Así, pues, lo que es lógicamente posible no es suficiente para determinar el sistema del mundo real, en consecuencia, el sistema del mundo real *no puede* ser lógicamente necesario, y cualquier cosa que sea el caso podría haber sido otra cosa y no lo que es, de modo que hay un número infinito de sistemas incompatibles De estos sistemas posibles, sólo uno (si es que alguno) puede ser real, puede ser imposible para nosotros precisar cuál es real, si es que alguno lo es

§ 2 *La naturaleza del orden* [5]

Un sistema es un sistema ordenado sólo si sus elementos constituyentes están relacionados por relaciones que tienen ciertas propiedades lógicas Estas propiedades lógicas *definen el orden* Comenzaremos considerando ejemplos familiares de términos, o elementos, colocados en un orden El conjunto de los números enteros puede ser colocado en el orden 1, 2, 3, 4, 5 n, $n+1$ El conjunto de puntos en una línea recta exhibe un orden La sucesión de los reyes de Ingla-

[5] Véase B A W RUSSELL, *Int math phil*, capítulo IV; *Principles of mathematics,* capítulos XXIV y XXV

terra es ordenada El conjunto de palabras en esta línea exhibe un orden espacial y un orden sintáctico

Supóngase una relación no-definida simbolizada por $\rightarrow$, acerca de la cual las siguientes afirmaciones son verdaderas, siendo los elemen tos, x, y, z.

(i) No $(x \rightarrow x)$

(ii) No (ambos $x \rightarrow y$ e $y \rightarrow x$)

(iii) Si x es distinto de y, entonces o bien $x \rightarrow y$ o bien $y \rightarrow x$

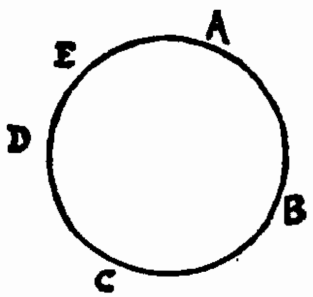
(iv) Si $x \rightarrow y$ e $x \rightarrow z$, entonces $x \rightarrow z$

Es decir, la relación $\rightarrow$ es aliorrelativa, asimétrica, conectada, transitiva Puesto que una relación aliorrelativa que también es transitiva debe ser asimétrica, podemos reducir las condiciones a las tres últi mas Se advertirá que en cada uno de los ejemplos dados arriba los elementos pueden estar relacionados por una relación que tenga las propiedades formales afirmadas en las tres condiciones Cuando están relacionados de tal suerte, los elementos están *ordenados* Por ejemplo, los reyes de Inglaterra pueden estar ordenados por la relación *sucesor de*, los puntos en una línea recta pueden estar ordenados por la relación *a la izquierda de*, el conjunto de números puede estar ordenado por la relación *mayor que*

Una relación que tenga estas tres propiedades formales es suficiente para generar un orden, los elementos así relacionados exhiben un *orden serial* Debe observarse que la serie, y no los elementos, es la *relación serial*, puesto que cualquier conjunto dado de elementos puede tener diferentes órdenes Por ejemplo, supóngase que no hubo dos reyes de Inglaterra que tuviesen la misma estatura exactamente, en tonces los reyes podrían colocarse en el orden generado por la relación *más alto que*, así como en el orden generado por la relación *predecesor de*, y así sucesivamente Por lo tanto, el *campo* de la relación no puede considerarse como la serie El número mínimo de ele mentos que se requiere para generar un orden es tres Debe haber un término que tenga con otros dos términos relaciones conversas que sean asimétricas y transitivas Dondequiera que esto ocurre hay un orden Los términos que no están en un orden pueden ser ordena dos mediante la construcción de una relación asimétrica transitiva conectada Así puede generarse una serie por medio de la relación *entre* [6] *Entre* es una relación asimétrica *transitiva por pares* Es decir, si b está entre a y c, y c está entre b y d, entonces c está entre a y d

[6] *Cf* RUSSELL, *Principles of mathematics*, p 214 "Un término y está entre dos términos x y z con referencia a una relación R transitiva asimé trica cuando xRy e yRz En ningún otro caso puede decirse con propiedad que y está entre x y z; y esta definición no da meramente un criterio, sino el *significado* mismo de entre [*betweenness*] " No es posible hacer más aquí que indicar la naturaleza del orden serial El estudiante interesado en el tema debe consultar los capítulos que se dan en las referencias

Cualquier relación triádica que tenga estas propiedades formales es capaz de ordenar los elementos, no es necesario que los elementos sean espaciales o temporales Russell ha mostrado cómo ordenar los puntos en una línea recta por medio de la relación *entre* No podemos extendernos en este punto aquí Podemos, sin embargo, señalar que *entre* es la característica de una *serie abierta,* es decir, una serie que no regresa al punto de partida Si consideramos la relación *a la izquierda de* rigiendo entre las personas sentadas alrededor de una mesa redonda, vemos que después de un cierto número de pasos, regresamos a la persona de la que partimos Si tenemos ahora las cinco personas A, B, C, D, E sentadas alrededor del círculo, vemos que



A y C están separadas por B y D, y B y D están separadas por C y E, etcétera Esta relación recibe el nombre de *separación de parejas* Vailati ha mostrado que la *separación de parejas* implica una relación diádica, transitiva y asimétrica, relativa a otros tres términos fijos Es fácil advertir que, dados cuando menos cuatro términos y la relación *entre,* tenemos entonces también la relación de *separación de parejas* De tal suerte la relación de separación de parejas puede ser *formalmente* reducida a una relación que tenga las cuatro propiedades formales enumeradas en las cuatro condiciones establecidas para → Por medio de tal reducción, una serie cerrada puede ser transformada en una serie abierta

Se observará que una relación diádica transitiva, o cualquier relación transitiva por pares, permite la eliminación de los términos intermedios Por ejemplo, si un conjunto de elementos *a, b, c* están relacionados por →, el lugar de cualquier elemento *k* es determinado Si seleccionamos cualquier par (*j, k*) podemos determinar el lugar en la serie de cualquier otro elemento *f* mediante la combinación de afirmaciones tales como $a \rightarrow c$, $c \rightarrow j$, $j \rightarrow k$ De esta manera podemos basar las inferencias en estas afirmaciones de relación, eliminando cualquier número de términos intermedios Así se ve que la posibilidad de *cadenas de deducción* depende de la propiedad formal de la transitividad Se observará que *implica* podría reemplazar a →, puesto que tiene la propiedad requerida

3 *Similitud y estructura*

La noción de estructura es una noción con la que todos nos sentimos familiarizados, pero probablemente seríamos incapaces de decir qué significa exactamente para nosotros Usamos frases tales como "la estructura de la novela", "la estructura de un drama", etcétera, significando por "estructura" la conexión ordenada de las partes componentes Nuestra concepción ordinaria de la estructura está reflejada en su derivación etimológica Pensamos en una estructura como en un armazón esencial, una manera en que los elementos están combinados de un modo ordenado Una casa es una estructura porque no es un mero amontonamiento o aglomeración de ladrillos En este sentido, "estructura" se utiliza de una manera apenas distinguible de sistema Pero cuando hablamos de dos sistemas *que tienen la misma estructura*, estamos intentando usar "estructura" en un sentido que requiere una mayor definición Así, podemos querer preguntar si una proposición dada tiene la misma estructura que la oración por medio de la cual es expresada La estructura gramatical de una oración es la colocación sintáctica de sus elementos componentes Para entender una oración es necesario conocer tanto su sintaxis como lo que representan las palabras separadas Un conocimiento de diccionario sobre el significado de las palabras utilizadas no le permite, por ejemplo, al alumno de primer año de latín leer de corrido a los autores latinos Es preciso que conozca tanto el vocabulario como la sintaxis Entonces podría preguntar si una oración latina y su correspondiente traducción tienen la misma estructura Asimismo, podemos preguntar si el espacio que percibimos tiene la misma estructura que lo que se llama espacio físico o lo que se llama espacio euclidiano

La estructura es una noción de fundamental importancia para la ciencia y la filosofía A menos que tengamos una concepción clara de la estructura es improbable que tengamos una concepción clara de la naturaleza de nuestros problemas y la posibilidad de su solución Es a Russell a quien los lógicos deben la definición precisa de estructura Intentaremos exponer su explicación con la mayor sencillez posible Debe observarse, primero, que la estructura no es aplicable a las clases o colecciones sino únicamente a las relaciones, o, más bien, a los sistemas de relaciones Hay, sin embargo, una relación que rige entre las clases cuya consideración es útil para la comprensión de la estructura Es la relación de *similitud*

Se recordará que en el capítulo VIII señalamos que el contaje es lógicamente un proceso de establecer una correlación de uno-uno entre un conjunto de objetos y la serie numeral Cuando contamos, no podemos tomar los objetos en cualquier orden; debemos mantener el orden de *primero*, *segundo*, *tercero*, etcétera Es la observancia de este orden lo que nos permite saber que el último numeral requerido en la correlación uno-uno es el número de conjuntos de objetos Bajo ciertas condiciones, podemos correlacionar los miembros de dos conjuntos sin observar ningún orden Si un miembro de uno de los conjuntos puede ser correlacionado con un miembro y sólo un miembro del otro conjunto, entonces sabemos que los dos conjuntos tienen el mismo número, aun cuando no sepamos cuál es ese número Así, pues, como señala Russell, podemos (suponiendo la monogamia) establecer una correlación de uno-uno entre el conjunto de esposas y el conjunto de esposos, puesto que (dado nuestro supuesto) la relación de esposa a esposo es *uno-uno* Así podemos saber que el número de esposas es el mismo que el número de esposos, aun cuando no sabemos cuántas parejas casadas existen De dos clases que pueden ser así correlacionadas por una relación de uno-uno, se dice que son *similares* La relación correlacionante relaciona a cada término de una clase con un término y sólo un término de la otra clase Si R es una relación correlacionante, entonces, dado cualquier término en el dominio de R, hay un término y sólo un término en el dominio converso de R respecto del cual el término dado tiene R Ahora podemos enunciar la definición de similitud de Russell, que es la siguiente:

"De una clase se dice que es 'similar' a otra cuando hay una relación de uno-uno, de la cual una de las clases es el dominio mientras que la otra es el dominio converso" [7]

Es fácil advertir que la similitud es reflexiva, simétrica y transitiva Es decir, que si α es una clase, entonces α es similar a α; si α es similar a la clase β, entonces β es similar a α; si α es similar a β y β es similar a la clase γ, entonces α es similar a γ La similitud no implica un parecido cualitativo, que es lo que usualmente significamos cuando hablamos de "parecido" Es una relación totalmente definible en términos de correspondencia de uno a uno Por medio de esta noción podemos definir lo que se significa con la afirmación de que dos sistemas de relaciones *tienen la misma estructura.*

Comenzaremos considerando algunos ejemplos de sistemas de relaciones que tienen la misma estructura Por ejemplo, un *mapa* tiene la misma estructura que aquella de la cual es un mapa Supongamos que tenemos un mapa de Inglaterra y Gales Entonces el lugar en el mapa que corresponde a *Londres* está más arriba del lugar que corresponde a *Brighton,* porque Londres está al norte de Brighton [8] El lugar en el mapa que corresponde a *Portsmouth* está a la izquierda del lugar correspondiente a *Brighton,* porque Portsmouth se encuentra al occidente de Brighton En un mapa exacto, las posiciones relativas de los puntos que representan ciudades corresponden a las posiciones relativas de las ciudades reales Las líneas que representan ríos corresponden a la longitud y dirección de

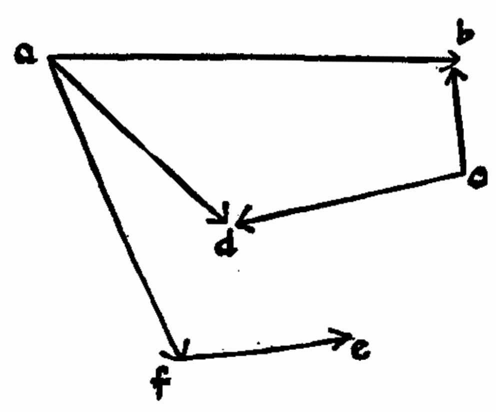
[7] *Int math phil*, p. 16 Por lo que toca a la totalidad de esta sección, véase *loc cit*, capítulo VI.

[8] Es convencional, por parte de los cartógrafos, representar *norte de* por *arriba de* y, consiguientemente, *sur de* por *debajo de*

los ríos Es decir, que la relación *al norte de* relaciona a una ciudad con otra ciudad, y, correspondiendo con eso, la relación *más arriba de* relaciona una seña en el mapa con otra Frecuentemente hacemos mapas para mostrar las relaciones que rigen entre un conjunto de términos, puesto que las relaciones espaciales de un mapa son fácilmente aprehensibles Siempre que usamos un mapa, estamos usando una clase especial de correlación. Correlacionamos cada pueblo con un punto en el mapa La relación espacial en el mapa corresponde a la distancia y dirección de las ciudades Llamemos R a la primera relación y S a la segunda Entonces hay una relación de uno-uno P cuyo dominio es el campo de R y cuyo dominio converso es el campo de S; esta relación es tal que si x R y, entonces el correlato de x tiene S respecto del correlato de y En tal caso se dice que R es similar a S Llamemos a y b a los correlatos de x e y Entonces tenemos x P a a S b b P y Así, la relación R es igual que el producto relativo de P y S y la conversa de P Es decir,

$$\text{“R es similar a S”} \equiv \text{“}P \mid S \mid \breve{P}\text{”}$$

Las relaciones R y S pueden ser lo que ordinariamente se llama “disímiles” El *parecido de relación,* o similitud, es una clase especial de correlación Los miembros del campo de R pueden ser de una clase muy diferente de los miembros del campo de S, de modo que las relaciones R y S pueden ser muy diferentes. Los puntos negros sobre el papel son muy disímiles de las ciudades, pero el sistema de puntos que constituye el mapa tiene similitud, o parecido de relación, con el sistema de ciudades Sea R lo que fuere, siempre que y cuando sea lo suficientemente simple, podemos hacer un mapa de R Considérese, por ejemplo, una colección de personas y la relación diádica *benefactor de* En beneficio de la simplicidad, limitaremos el campo a seis personas, a, b, c, d, e, f Supóngase que la relación B (benefactor de) rige como sigue: a B b, a B d, a B f, c B b, c B d, f B e Podemos hacer un mapa de B tomando seis puntos y conectando con flechas las parejas entre las cuales rige B Así obtenemos el mapa



Este mapa tiene la misma estructura que la relación B Si añadidimos c B e, cambiamos la estructura. La relación generadora del mapa está *unida por una flecha* Si cambiáramos el campo pero tu viéramos el mismo mapa, tendríamos la misma estructura Dos rela ciones que tienen el mismo mapa, o de las cuales una podría ser un mapa para la otra, tienen la misma estructura Así, pues, dos relaciones que tienen parecido de relación —es decir, que son *similares*— tienen la misma estructura. Por lo tanto, "estructura" signi fica similitud de relaciones No debe suponerse que la similitud se limita a las relaciones diádicas o a los mapas. Es aplicable a las re laciones con cualquier número de términos y a las series Dos rela ciones seriales son similares cuando sus términos pueden ser correlacio nados sin implicar un cambio de orden Hemos definido la similitud por medio de una relación de uno-uno Pero podemos adaptar la definición de manera que sea aplicable a una relación en que la relación correlacionante sea muchos-uno Sin embargo, no nos exten deremos más en este tópico Se ha dicho lo suficiente para hacer precisa la noción de estructura

No es difícil advertir que la estructura es una noción importante en la ciencia Dos relaciones que tengan la misma estructura tienen las mismas propiedades lógicas De tal suerte, si S y R son simila res, entonces, si R es transitiva, S es transitiva, si R es aliorrelativa, S es aliorrelativa, si R es serial, S es serial, y así sucesivamente Es esta identidad de propiedades lógicas lo que hace que la similitud de las relaciones sea tan útil Decir que el espacio del mundo exte rior es euclidiano, es decir que el sistema del espacio real tiene las mismas propiedades lógicas que el sistema de la geometría eucli diana Negar que el espacio real sea euclidiano, es negar que tengan las mismas propiedades lógicas Dos sistemas deductivos que tengan la misma estructura tendrían propiedades idénticas Si cada uno de los elementos en un sistema deductivo S pudiera ser interpretado como un elemento en un sistema Σ y la relación generadora de S fuera similar a la relación generadora de Σ, entonces S y Σ ten drían propiedades lógicas idénticas Puesto que la estructura es in dependiente de la naturaleza de los términos y la similitud es inde pendiente de la naturaleza de las relaciones, se desprende de ello que dos sistemas similares pueden permitir interpretaciones dife rentes El desarrollo de la ciencia se debe, en considerable medida, al descubrimiento de que dos sistemas diferentes tienen la misma estructura

§ 4 *El método de interpretación*

Cuando "leemos un mapa", *interpretamos* las señas de colores de manera que representen contornos, líneas isobáricas, ríos, montañas, etcétera En el caso de la lectura de mapas sabemos, para empezar, que las líneas isobáricas son líneas que conectan lugares en el mapa correlacionados con lugares en la Tierra donde la presión barométrica media es igual Sabemos, si miramos un mapa de las "Principales ocupaciones del mundo", que una zona verde, por ejemplo, puede ser interpretada como indicativa de que la porción correlacionada de la superficie de la Tierra es un área agrícola, una zona roja puede correlacionarse con un área industrial, etcétera La interpretación es fácil porque el cartógrafo sabía lo que quería representar, trazó sus líneas y pintó sus colores de acuerdo con ello y luego proporcionó una clave para explicar lo que representaban sus señas. Hemos visto que, si el mapa es exacto, tiene la misma estructura que aquello que representa y su valor depende de esta similitud

Supongamos que encontramos un mapa—o más bien una hoja de papel con colores y señas que le dan la apariencia de los mapas geográficos con los que estamos familiarizados Supongamos que no sabemos cómo leer el mapa y que el geógrafo ha olvidado darnos una clave Es concebible que las mismas formas a colores correspondan, para una región dada, tanto a la distribución de ocupaciones como a la distribución de formas de gobierno Dependería de nuestros intereses el que el mapa fuera más importante para nosotros al interpretarlo según una clave y no según la otra En nuestro supuesto caso del mapa, sin embargo, es sumamente improbable que ambos modos de interpretación encajaran con el mapa Pero en el caso de un sistema deductivo, podría considerarse que los elementos —es decir, las proposiciones— expresan hechos diferentes y, ello no obstante, el sistema deductivo podría ser el mismo a pesar de esta diferencia. Hemos visto que un sistema deductivo puede construirse a partir de objetos indefinidos a los cuales asignamos propiedades puramente lógicas Si podemos encontrar objetos que puedan hacerse *encajar dentro* del sistema porque están relacionados por relaciones similares, se dice que "interpretamos" el sistema

La posibilidad de interpretaciones diferentes se debe al hecho de que los sistemas deductivos son completamente formales Los elementos de un sistema deductivo podrían interpretarse, por ejemplo, como individuos, o como clases, o como conjuntos de relaciones Un sistema geométrico es un sistema deductivo cuya naturaleza es determinada por los conceptos y proposiciones iniciales Hemos visto que la geometría euclidiana es solamente uno de tales sistemas A veces es posible interpretar un sistema geométrico de tal manera que pueda ser reemplazado por un sistema inicialmente diferente Así, las geometrías bi-dimensionales de Riemann y Lobachevski han sido interpretadas como geometría euclidiana aplicada, respectivamente, a una superficie con una positiva constante y a una curvatura negativa constante Algunas veces acontece que una teoría científica construida con referencia a cierto conjunto de objetos resulta ser un sistema con la misma estructura que un sistema construido con referencia a otro conjunto de objetos Por ejemplo, la ley de la gravitación es la ley del inverso del cuadrado; la misma ley rige la atrac ción eléctrica. Por lo tanto, los problemas de la electrostática pueden resolverse mediante la consideración de los problemas de la atracción gravitacional Maxwell fue conducido a su teoría electromagnética de la luz por la consideración de la similitud de las relaciones que rigen entre las ondas de luz y las corrientes eléctricas [9] Así, pues, un conjunto de sistemas deductivos interpretados de diferente manera vinieron a ser mapas, o modelos, o explicaciones los unos de los otros El descubrimiento de tal similitud de relaciones ayuda al desarrollo de la ciencia El hecho de que sea posible derivar cono cimiento de un conjunto de objetos del conocimiento de otro, es una consecuencia de la similitud de sus relaciones, lo cual implica la identidad de sus propiedades formales

Debe observarse que el método de interpretación sustituye a los objetos iniciales *indefinidos*, objetos que tienen propiedades no-formales La *aplicación* de los sistemas deductivos consiste en esta sustitución [10] Russell ha utilizado este método en la construcción de una teoría filosófica del mundo exterior Podemos citar aquí su explicación del método

"Sucede con frecuencia que tenemos un sistema matemático deductivo que parte de hipótesis relativas a objetos indefinidos, y que tenemos razones para creer que hay objetos que cumplen estas hipó tesis, aunque, inicialmente, no podemos señalar ninguno de esos objetos con certeza En tales casos, por lo general, aun cuando disponemos abstractamente de muchos diferentes conjuntos de objetos que cumplen la hipótesis, hay un conjunto que es mucho más im portante que los demás La sustitución de tal conjunto en lugar de los objetos indefinidos es la 'interpretación' " [11]

Hay dos puntos en este método de interpretación que requieren ser subrayados Primero, el conjunto de objetos sustituido por los con ceptos indefinidos son sustituidos *porque* tienen propiedades no-formales Se desprende de ello que tales objetos sólo pueden ser des cubiertos por la experiencia del mundo real Segundo, tenemos que determinar qué significa una interpretación importante La *importancia* de un conjunto de objetos dado es la pertinencia de tal conjunto a nuestros intereses Russell, por ejemplo, dice que una interpretación es importante cuando "los objetos iniciales han sido definidos en términos de entidades que forman parte del mundo empírico, en oposición al mundo de la necesidad lógica" La interpretación de una

[9] Véase más adelante, capítulo XVI, p 355

[10] *Cf* W K CLIFFORD: "Todo lo que pueda ser explicado por el movimiento de un fluido puede explicarse igualmente bien ya sea por la atrac ción de las partículas o por las tensiones de una sustancia sólida; las tres distintas hipótesis producen exactamente los mismos cálculos matemáticos; y la ciencia, aun cuando es completamente independiente de las tres, puede escoger una de ellas para vincular diferentes procesos de indagación física "

[11] *Analysis of matter*, p 4

geometría que convirtiera a ésta en una rama de las matemáticas puras se considera conveniente y legítima, pero no es una interpretación importante No cabe duda que "importancia", para la ciencia, significa en última instancia "susceptible de verificación mediante la observación sensorial" Es en esta forma como los sistemas deductivos pueden ser *aplicados* a la exploración del mundo exterior El recurso final del científico es experimental El lógico construye sistemas que son susceptibles de diversas interpretaciones, él muestra que los datos de la experiencia pueden hacerse encajar en diversos sistemas deductivos El físico experimental selecciona aquel sistema deductivo que admite una interpretación *importante* Esta posición la resume admirablemente el profesor Eddington cuando dice: "En un sentido, la teoría deductiva es el enemigo de la física experimental Ésta siempre está tratando de establecer, mediante pruebas decisivas, la naturaleza de las cosas fundamentales; aquélla trata de menospreciar los éxitos obtenidos al mostrar cuán amplia es la naturaleza de las cosas compatible con todos los resultados experimentales" [12]

NOTA: J WISDOM ha señalado (*Mind*, abril de 1931) que la definición de la similitud de estructuras que damos anteriormente en la página 241, "sugeriría que no hay dos sistemas que puedan tener la misma estructura a menos que la relación generadora de uno de ellos sea diferente de la relación generadora del otro" (*loc cit*, p 268) Esta crítica es justa De consiguiente, la definición debe ser corregida añadiéndosele que R puede ser S

[12] *The mathematical theory of relativity*, § 103