

§ 3 *Clasificación y división en relación con la definición*

La definición de una especie *per genus et differentiam* exhibe a ésta en relación con otras especies coordinadas con ella en el mismo género. Por ejemplo, la susodicha definición de *triángulo* coordina a éste con otras especies de figuras planas que se diferencian de los triángulos en que están formadas por más de tres líneas rectas. Si el género puede ser definido asimismo, es una especie relativamente a algún otro género, y así sucesivamente. Semejante organización ordenada bajo géneros más y más amplios constituye una clasificación o sistema clasificador.²² La clasificación presupone la operación de agrupar en clases, es decir, de agrupar a los individuos en virtud de sus similitudes. La clasificación es útil sólo cuando las clases que han de ser agrupadas tienen características importantes en común.²³ Así, las clases son reconocidas por nombres de clase definidos. La organización ordenada de tales clases constituye una base útil para la inferencia, así como algunas veces proveen un sumario útil de lo que se conoce acerca de un asunto dado.

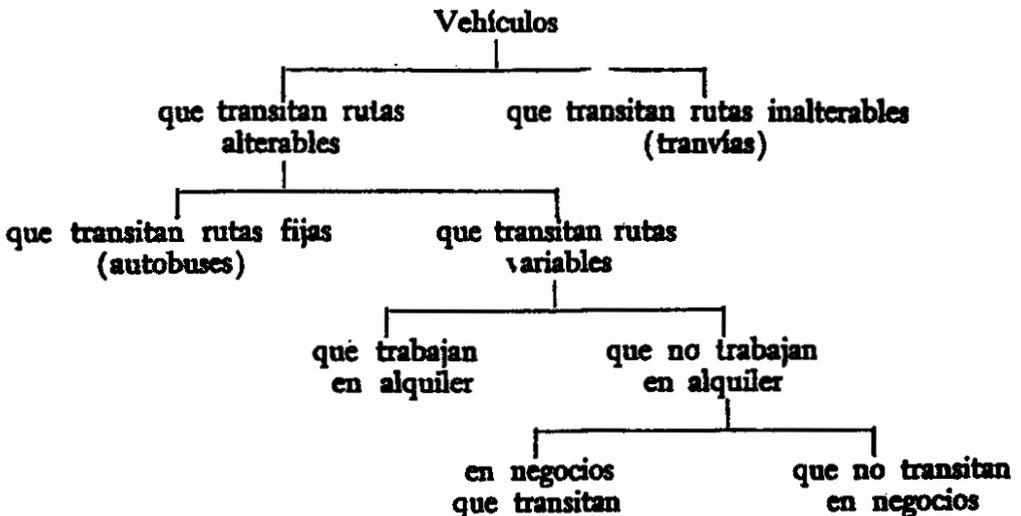
Supóngase, por ejemplo, que un Ministro de Transportes tuviera que enfrentarse con el problema del tránsito en las calles de Londres. Él dispondría, en un comienzo, de un conjunto de nombres de clases que distinguen las diferentes clases, o especies, de vehículos, por ejemplo autobuses, tranvías, taxis, automóviles particulares, camiones, carros de caballos, etcétera. Ahora bien, si él quisiera disminuir la presión del tránsito en Holborn, tendría que tomar en cuenta el hecho de que los tranvías no pueden alterar sus rutas porque corren sobre rieles fijos. Esto le proporcionaría una *diferencia* para distinguir los tranvías de otros vehículos. Luego, asimismo, los autobuses, en comparación con los taxis, tienen rutas menos flexibles. El ministro podría decidir limitar ciertas calles a tranvías y autobuses, haciendo que los taxis, los automóviles particulares, los camiones y los vehículos tirados por caballos se desviarán por otras rutas, o podría decidir adoptar el sistema de calles con tránsito en un solo sentido, planeado de tal forma que no interfiriera con las rutas de los tranvías. Si él adoptara la segunda alternativa, no tendría que tomar en cuenta las diferencias entre los vehículos que no fueran tranvías. O, asimismo, podría decidir que la diferencia más importante entre los vehículos es la que hay entre los vehículos lentos y los rápidos. En ese caso, confinaría los vehículos tirados por caballos a ciertas rutas, dejando a los tranvías y a los vehículos de motor en libertad de usar cualesquiera rutas. O bien podría reconocer que el tamaño y el peso son factores importantes en la velocidad de movimiento, de modo que

²² Véase el capítulo III, § 3

²³ Véase el capítulo XIV, § 2

los camiones con mucha carga y los que se usan para mudanzas serían clasificados con los vehículos tirados por caballos

Este ejemplo rudimentario nos permitirá ver la utilidad de organizar las clases en cierto orden. *Cuál* sea el orden elegido dependerá del propósito de la clasificación. Si el Ministro de Hacienda fuera a clasificar vehículos desde el punto de vista del cobro de impuestos, adoptaría un principio de organización diferente del que adoptó el Ministro de Transportes. Así, podría considerar si los vehículos son utilizados para fines públicos o privados, qué estilo de vehículo se está usando, distinguiendo los automóviles de acuerdo con su costo inicial, sus caballos de fuerza, etcétera. Así obtendría una diferente organización de clases de vehículos adecuada a su propósito diferente. Los vehículos son susceptibles de cualquier orden que el hombre práctico o el lógico pueda imponerles. El lógico está interesado en los principios que cualquier clasificación satisfactoria debe exhibir. La manera más fácil de aprehender estos principios es considerando una clasificación completada desde el punto de vista inverso. En lugar de empezar con un conjunto de clases que tienen que ser agrupadas bajo clases más amplias, podemos comenzar con la clase más amplia y considerar cómo esta clase puede distinguirse sucesivamente en clases menores. Este proceso de dividir una clase entre sus sub-clases constituyentes se conoce con el nombre de *división lógica*. Así, para volver a nuestro ejemplo, el Ministro de Transportes puede comenzar su investigación considerando la clase *vehículos* y preguntándose cómo pueden diferenciarse los *vehículos* en diferentes *clases de vehículos*. De esta manera podría obtener la siguiente división



El Ministro podría ver entonces de una ojeada que los reglamentos que proponen alteraciones de rutas deben estar limitados a aquellos vehículos incluidos en el lado izquierdo, que el grupo incluido en la clase *que transitan rutas variables* son los que admiten interferencia más fácilmente por medio de la reglamentación del tránsito.

Resulta claro que, para lograr tal organización ordenada de clases, primero es necesario tener un conocimiento considerable sobre las características de cada clase. Tampoco son siempre las características obvias las más importantes para los fines de clasificación. Por ejemplo, la dueña de una pensión que se pone a ordenar los libros de un estudiante se dejará guiar, casi seguramente, por características tales como el *tamaño*, el *estilo de encuadernación*, el *color*, etcétera. Una clasificación de libros con base en tales características sería totalmente anticientífica, y no se le ocurriría a ninguna persona familiarizada con la naturaleza de los libros desde adentro. La antigua división botánica de *árboles*, *arbustos* y *hierbas*, aunque la sugieren características obvias no se basa, según se ha demostrado, en diferencias importantes. Una definición de una especie *per genus et differentiam* sugiere la base sobre la cual debe efectuarse la división. La base de la división (es decir, la característica diferenciadora) se conoce frecuentemente por el nombre latino "*fundamentum divisionis*". Los principios que regulan una división lógica quedan resumidos por lo general en las siguientes reglas:

- 1 Debe haber un solo *fundamentum divisionis* en cada paso
- 2 La división debe ser exhaustiva
- 3 Los pasos sucesivos de la división (si hubiese más de uno) deben proceder por etapas graduales

De la regla 1 se desprende el corolario de que las clases deben ser mutuamente excluyentes. La violación de esta regla tiene como resultado la falacia de la *división cruzada* o clases sobrepuestas. Por ejemplo, si los *vehículos* fuesen divididos en *vehículos públicos*, *vehículos privados*, *automóviles* y *camiones*, habría más de una base de división, con el resultado de que las clases se imbricarían.

La regla 2 asegura que ninguna clase sea omitida, de modo que la suma de las sub-clases igualará a la clase entera dividida o clasificada.

La regla 3 asegura que cada etapa de la subdivisión estará de acuerdo con el *fundamentum divisionis* original. Si, por ejemplo, al dividir los *vehículos* hubiésemos dividido además los *vehículos que transitan rutas variables en alquiler* entre los *que son conducidos por su propietario* y los *que no son conducidos por su propietario*, habríamos introducido una característica impertinente al propósito de la organización ordenada.

Un examen de nuestro ejemplo mostrará que, en cada etapa, la división fue entre dos y sólo dos clases que se distinguen por poseer o no poseer la misma diferencia. Tal división se llama *división por dicotomía*. Posee la ventaja de que la división es siempre formalmente válida, puesto que opera sobre el principio de que toda clase debe, o bien poseer una característica dada, o bien no poseerla. Éste fue un modo natural de procedimiento en este caso, puesto que el propó-

sito de la división era el de contrastar los vehículos según que sus rutas usuales pudieran o no pudieran ser variadas fácilmente. Sería posible exhibir cada una de las dos clases en las etapas sucesivas como la negativa formal de la otra. Pero la que sería natural escoger es la característica *positiva, transitan rutas variables*. Como un ejemplo de división dicótoma formal podemos dar



La validez formal de la división no asegura que las sub-clases existan. Así, la clase de maestros que son no-profesores, no-instructores, no-conferencistas y no-ayudantes, es probablemente nula.

En las ciencias naturales, la división dicótoma sería de poca utilidad. El científico procedería por clasificación, no por división, y organizaría sus clases sobre la base de características positivas. Los esquemas de clasificación en las ciencias biológicas han sido profundamente afectados por la teoría de la evolución orgánica. Tales esquemas se basan ahora en el principio de la continuidad de la descendencia, de modo que las especies coordinadas son relaciones de sangre. Por lo tanto, una clasificación biológica se asemeja a un árbol genealógico. Las semejanzas obvias pueden ser muy poco importantes. Por ejemplo, la persona poco enterada clasificaría naturalmente a los animales sobre la base del elemento en que viven. Pero el murciélago tiene más afinidad con los cuadrúpedos que con las aves; la ballena, la foca y el delfín tienen más afinidad con los mamíferos que con los peces, etcétera. Con todo, para ciertos fines la ballena podría ser agrupada con los peces, por ejemplo, hablamos de la pesca de ballenas, debido al modo de cogerlas.

Una clasificación de especies nos permite obtener fácilmente una definición de cualquier especie. Pero no debemos suponer que la clasificación es previa a la definición. Los dos procesos operan *pari passu*. Esto se hace obvio tan pronto como reflexionamos sobre las dificultades en la manera de obtener una buena clasificación. Debemos conocer las propiedades de una especie antes de que podamos saber con qué especies puede ser coordinada y bajo qué género. Por otra

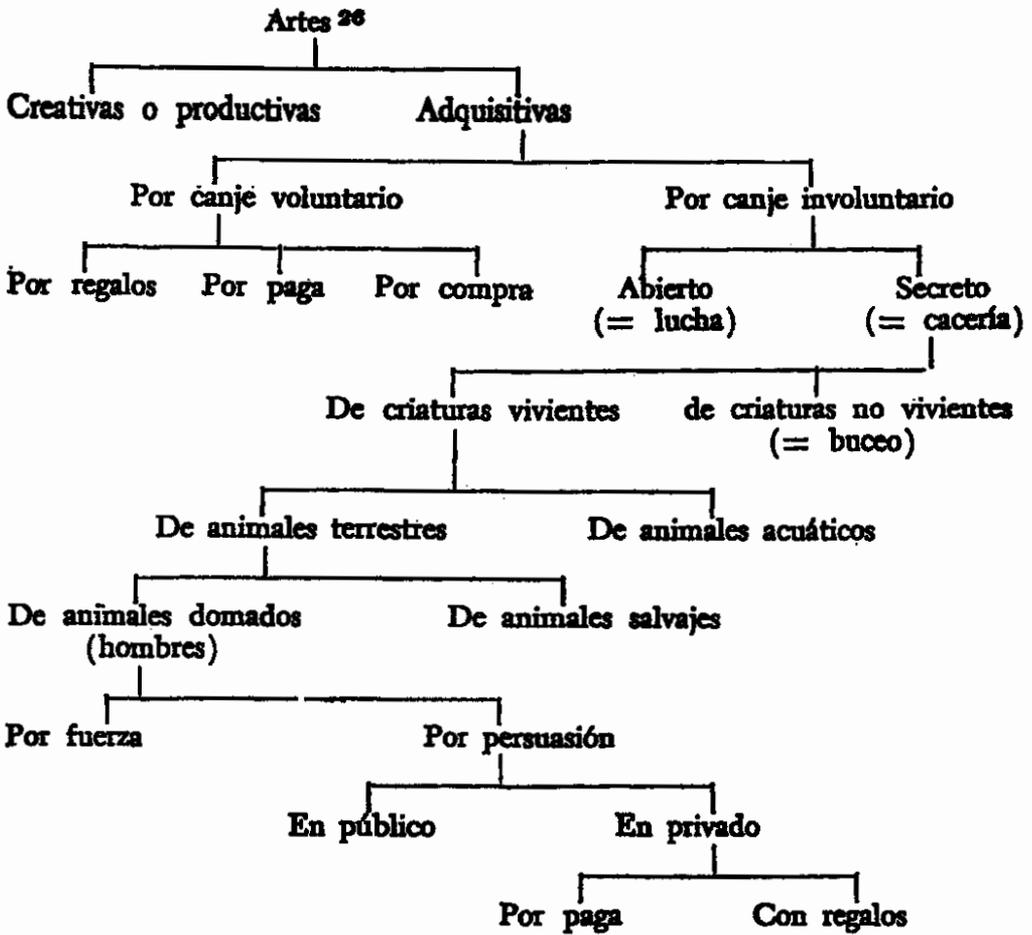
parte, podemos alcanzar un conocimiento más determinado acerca de las características de la especie mediante el proceso de compararla y contrastarla con las otras especies que entran en la clasificación. Platón, que utilizó considerablemente los procesos de clasificación y división en su intento de pensar con claridad, mostró que la clasificación ayuda a la definición y, además, que por medio de la definición aprehendemos la relación de las clases. Un ejemplo tomado de Platón ilustrará este punto.

En el diálogo *El sofista*, Platón intenta descubrir cuáles son exactamente las características de un sofista. Sugiere que, dado que el "método de descubrimiento" es difícil, sería bueno probarlo primero con un sujeto más fácil que un *sofista*. De consiguiente, toma la clase *pescador de caña* e intenta determinar sus características. No disponemos de espacio suficiente para describir la forma sutil y divertida en que Platón desarrolla su método.²⁴ Sólo podemos esbozar el método y condensar el delicioso examen de Platón en un mero diagrama. Platón sugiere que la característica más obvia del pescador de caña es la de que éste practica un arte. A fin de determinar *qué arte*, debemos subdividir la clase *arte*. El resultado de la división está exhibido en el diagrama de la página siguiente.

Platón, habiendo hecho su subdivisión de las *artes*, percibe que el pescador de caña es "primo del sofista". El pescador de caña se encontrará en una subdivisión de la clase señalada por "de animales acuáticos", el sofista será el único ocupante de la primera de las dos clases finales en que está dividida la clase *Por canje forzoso de animales terrestres*. De aquí, Platón llega a la definición del sofista que se requiere, resumiéndola de la siguiente manera: "Su arte se puede señalar como una rama de la familia adquisitiva, apropiadora — que caza animales vivos — animales terrestres — animales domados — que caza al hombre — que caza individuos privados — en alquiler — recibiendo dinero en cambio — que tiene apariencia de educación, y esto se llama sofistería, y es una cacería de las almas de jóvenes ricos de buena reputación."²⁵

²⁴ El estudiante no podría hacer mejor cosa que leer el *Sofista*, que constituye un admirable ejercicio de pensamiento claro. Quizá al estudiante diligente se le deba advertir que el siguiente ejemplo de división no guarda conformidad *obvia* con los requisitos del libro de texto de lógica. Su interpretación, sin embargo, puede dejarse a la ingeniosidad del estudiante.

²⁵ Traducción de Jowett.



Como lo muestra esta definición, las características genéricas están presentes en cada subdivisión sucesiva del género. Una ojeada a cualquiera de los ejemplos de división mostrará que cada clase, excepto la primera y la última, es un género para aquellas que la suceden y una especie para aquellas que la anteceden. La clase a partir de la cual empieza la división se llama un *summum genus* o clase superior, las clases con que termina la división son llamadas *infimae species* o especies inferiores. Cualquier género intermedio que esté subdividido es llamado el *proximum genus* de sus especies constituyentes. Estos nombres no tienen gran importancia. Lo que es importante es reconocer que la distinción entre género y especie es relativa ²⁷

Hemos tratado la clasificación y la división como el mismo proceso, fundamentalmente, enfocado desde fines opuestos: la clasificación que procede de las clases desordenadas a la organización ordenada, y la división que procede de una clase dada al análisis de sus sub-clases constituyentes. Desde el punto de vista lógico, esto es incuestionablemente correcto. Pero ninguna clasificación científica alcanza el ideal

²⁶ "Arte" se usa aquí en el sentido de "una capacidad para hacer algo"
²⁷ Aristóteles, por supuesto, no habría admitido que la distinción es relativa

de la división lógica. Las especies naturales no están separadas por demarcación las unas de las otras de una manera análoga a la división de clases en los ejemplos que hemos dado. No siempre es posible, en modo alguno, descubrir características específicas que diferencien un conjunto de individuos de otro conjunto. Una especie está conectada con otra por vínculos intermedios. De tal suerte, como dice el profesor Goodrich: "La experiencia universal de los naturalistas empeñados en la clasificación de "especies" totalmente modernas, íntimamente aliadas, es que la gran dificultad del trabajo se debe al hecho de que, usualmente, difícilmente es posible encontrar algún carácter lo suficientemente conspicuo y constante para distinguirlas entre sí. Lo que comúnmente llamamos una especie es, pues, un agrupamiento de razas íntimamente aliadas y cruzadas entre sí que difieren las unas de las otras por pequeñas diferencias factoriales y que representan, en su conjunto, su fase de evolución actual"²⁸ Siendo éste el caso, se desprende de ello que una clasificación biológica no puede conformarse estrictamente a la regla de que las clases no deben sobreponerse. Ni tampoco puede asegurar una división exhaustiva, puesto que hay muchas lagunas en las series de organismos vivientes, algunas de las cuales quizás puedan llenarse con animales fósiles, pero muchas de las cuales podrían conjeturarse en el mejor de los casos. Pero, aunque el modo de clasificación haya sido profundamente afectado por la cabal aceptación del principio de la continuidad de la descendencia, la finalidad de la clasificación —a saber, organizar las clases de tal modo que sus relaciones puedan exhibirse de acuerdo con los principios del orden jerárquico— permanece inafectada.

§ 4 Definición y análisis

En el primer párrafo llegamos a la conclusión de que la definición siempre es definición de símbolos, verbales o de otro tipo. Vimos también que hay una conexión importante entre el símbolo definido y las propiedades de aquello que el símbolo expresa. Ahora tenemos que considerar cuál es exactamente la relación entre la definición analítica de un símbolo y el análisis de un concepto. El examen de esta relación es difícil debido al hecho de que el análisis de un concepto debe ser *expresado* en palabras u otros símbolos, de modo que es sumamente fácil confundir los símbolos con lo que ellos expresan. Por *conceptos* entendemos abstracciones, o nociones universales, tales como *causalidad, sustancia, espacio, tiempo, paternidad, número*. Usamos

²⁸ *Living organisms: An account of their origin and evolution*, 1924. Puede observarse aquí que, en la botánica, el nombre "especie" se reserva para la clase natural inferior; el siguiente nombre superior a éste, que lo incluye, se llama *género*; luego viene la *familia*; finalmente el *orden*.

tales conceptos, y al usarlos sabemos más o menos vagamente lo que significan. Pero no sabemos sus significados precisos, que entrañan sus relaciones con otros conceptos. El análisis de los conceptos consiste en determinar precisamente cuáles son las propiedades presentes en objetos que caen dentro de estos conceptos. Este análisis es sumamente difícil algunas veces, nunca es posible antes de que hayamos usado los conceptos correctamente. La historia del desarrollo de las matemáticas muestra esto muy claramente. Los matemáticos *usaron* los conceptos *continuidad, infinitud, número, multiplicación, etcétera*, y por medio de ellos descubrieron importantes teoremas mucho antes de que supieran exactamente el significado de estos conceptos. De manera similar, los científicos especializados *usaron* los conceptos *sustancia, causa, espacio, etcétera*, antes de que tuvieran clara conciencia de su significado exacto. El análisis de estos conceptos es la tarea de la filosofía. El hombre ordinario usa asimismo conceptos sin molestarse en hacer su análisis.

La dificultad para evitar la confusión entre *una expresión* y *lo que es expresado* queda ilustrada por el examen que hace Russell de las definiciones en la Introducción de sus *Principia mathematica*. Dice Russell: "Una definición es una declaración de que cierto símbolo o combinación de símbolos recién introducidos significan lo mismo que otra combinación de símbolos cuyo significado ya es conocido." Y añade: "Una definición no es, hablando rigurosamente, parte del sujeto en que *aparece*, pues una definición trata enteramente de los símbolos, no de lo que ellos simbolizan. Además, no es verdadera ni falsa, porque es la expresión de una volición, no de una proposición." Esta última afirmación es ciertamente falsa. Si una definición expresa una volición, debe ser de la forma: "Voy a usar 'X' para expresar lo que 'Y' expresa." Esta es una proposición que será verdadera si quien habla usa 'X' en esa forma, y falsa si no la usa así. Como vimos en el § 1, el hecho de que una definición sea arbitraria no implica que no sea ni verdadera ni falsa. Russell subraya la concepción de que las definiciones son tan sólo "conveniencias tipográficas" introducidas para abreviar nuestras fórmulas, puesto que el *definiendum* (que siempre es más breve que el *definiens*) siempre puede reemplazar al *definiens* en cualquier fórmula. Esto concuerda con lo que hemos dicho acerca de la definición. Pero Russell añade: "Pese al hecho de que las definiciones son teóricamente superfluas, es cierto sin embargo que a menudo transmiten información más importante que la que contienen las proposiciones en las que se usan." Su importancia, dice Russell, se debe, primero, al hecho de que la introducción de una definición muestra que el *definiens* merece consideración, y, segundo, al hecho de que "cuando lo que se define es (como a menudo ocurre) algo que ya nos es familiar, tal como los números cardinales u ordinales, la definición contiene un análisis de una idea común, y por lo tanto

puede expresar un avance notable" Esta última afirmación contradice claramente su aseveración anterior de que "la definición trata enteramente de los símbolos" Tampoco podría la expresión de la volición del matemático constituir un avance importante en el conocimiento Es obvio que Russell ha incurrido en la contradicción porque quería hacer dos cosas al mismo tiempo, a saber, definir la *definición* como algo que tiene que ver con los símbolos, y señalar que el *análisis de un concepto*, que puede ser *expresado* de la manera más adecuada en una definición, constituye un avance en el conocimiento

La definición analítica de un símbolo entraña ciertamente el análisis del concepto que el símbolo expresa Una definición es una ecuación, ella afirma que un conjunto dado de símbolos equivale a algún otro símbolo o conjunto de símbolos Tanto el *definiendum* como el *definiens* expresan el mismo referendo, siendo el segundo un análisis del primero Es por esta razón que un análisis de una expresión simbólica puede constituir un avance en el conocimiento La definición nos permite ver qué es lo que *significábamos* cuando usábamos la expresión que ahora se define Algunas veces usamos palabras para referirnos a un referendo acerca del cual no tenemos una idea clara Entonces podemos llegar a ver que otro conjunto de palabras o símbolos expresa mucho más claramente lo que es el referendo Es así como la definición analítica de un símbolo entraña un análisis de lo que expresan *ambos* conjuntos de símbolos, aunque la definición analítica es *del* símbolo, no *del* concepto que el símbolo expresa Este punto puede hacerse más claro contrastando el análisis lógico con el análisis químico En el caso del análisis químico hay un todo no analizado, que es una cosa, y también el conjunto de constituyentes en que se descompone el todo al ser analizado Pero en el análisis lógico no hay dos cosas, sino dos *expresiones* que significan lo mismo Por ejemplo, en la definición " 'peligro' es 'exposición al daño' ", no hay una propiedad compleja expresada por 'peligro' *así como también* el conjunto de propiedades expresada por 'exposición al daño corporal' Por el contrario, hay *un* conjunto de propiedades que *tanto* 'peligro' como 'exposición al daño' expresan El análisis correcto de una expresión simbólica es esclarecedor puesto que *muestra* lo que significábamos cuando usábamos la expresión definida Cuando, por ejemplo, Russell logró definir la expresión "el autor de *Waverley*" por medio de la expresión "un hombre y sólo un hombre escribió *Waverley*", nos hizo claro lo que nosotros siempre habíamos intentado expresar por medio de "el autor de *Waverley*" Una definición analítica correcta suele producir la respuesta: "Pero, claro, eso es lo que yo siempre quise decir" Tal definición señala un avance en el conocimiento al hacer nuestras ideas más claras, revelando así las implicaciones de las expresiones que usamos Nos permite ver lo que se desprende del análisis

Ahora podemos considerar la definición de "definición" de Russell. Dos puntos son importantes (1) la definición debe ser expresada en términos de otras expresiones ya definidas; (2) *cuáles* son los términos que deben ser definidos previamente, depende en cierta medida de la elección de la persona que ofrece la definición. El primer punto recalca el hecho importante de que debe haber términos que o bien son *indefinibles* o se toman como *indefinidos*. El segundo punto recalca el hecho de que hay cierta elección en la selección de los términos indefinidos. En el caso de las expresiones de uso común, esta elección nunca es consciente, es un resultado del desarrollo del lenguaje bajo la presión de las necesidades prácticas. En el caso de los sistemas deductivos, la elección está determinada por consideraciones de poder, sencillez y elegancia lógicas, es decir, deductivos. Cuáles expresiones el matemático considere como indefinidas, dependerá en gran medida de su clima de opinión y del desarrollo del tema de estudio por parte de sus predecesores. La elección de los conceptos iniciales determinará la forma del sistema.²⁹

La dependencia de una definición analítica respecto de símbolos previamente definidos queda ilustrada por la definición de "primos segundos" que dimos en el primer párrafo.³⁰ Esta definición suponía que "primos hermanos" ya estaba definida. La definición de "primos hermanos" suponía que "padre de" había sido definida. Si deseáramos definir "padre de", podríamos hacerlo en términos de "engendrar". La familiaridad del concepto *padre de* hace que tal definición parezca artificial. Los símbolos indefinidos son menos *familiares* que aquellos que ellos ayudan a definir. Pero estar familiarizados con un concepto y conocer su análisis son cosas muy diferentes, de igual modo, estar familiarizados con un símbolo y conocer su análisis son cosas muy diferentes. El propósito de una definición analítica no es el de *explicar* el significado de un símbolo que ya entendemos, sino el de dar un análisis de tal símbolo en términos de símbolos más primitivos.

Como otro ejemplo de la definición analítica, podemos considerar la definición de "número cardinal" de Frege-Russell, la cual, dice Russell, "señala un notable avance". Esta definición la da Russell en palabras en su *Introducción a la filosofía matemática*. Es conveniente considerarla en esta forma:

"Un número es cualquier cosa que sea el número de alguna clase"
Esto presupone la definición:

"El número de una clase es la clase de todas aquellas clases que son similares a ella"

²⁹ Véase el capítulo x, § 5 del presente libro.

³⁰ En el capítulo ix dimos varios ejemplos de definición analítica, como "El(ιx) (Φx)". Véase p. 165.

Esto presupone la definición:

“Una clase es similar a otra cuando hay una relación de uno-uno de la cual una clase es el dominio mientras que la otra es el dominio recíproco”

Esto presupone las definiciones de: “dominio de una relación”, “dominio recíproco”, “relación de uno-uno” No es necesario dar estas definiciones aquí ⁸¹ Ya hemos dicho lo suficiente para mostrar que la definición analítica de un símbolo en términos de símbolos previamente definidos, y en última instancia en términos de unos poquísimos símbolos indefinidos iniciales, suministrará información importante si los símbolos indefinidos iniciales *expresan conceptos* que tienen importancia en el análisis de otros conceptos

⁸¹ Véase el capítulo x, § 2 del presente libro